Les stratégies de résolution d'opérations arithmétiques simples : un nouveau paradigme

Muriel Dubost Fanget

Université Blaise Pascal – Clermont-Ferrand II
Département de Psychologie, Sciences sociales et Sciences de l'Éducation
Laboratoire de Psychologie Sociale et Cognitive
LAPSCO - UMR CNRS 6024

Les stratégies de résolution d'opérations arithmétiques simples.
Un nouveau paradigme.

Thèse de Doctorat - Mention Psychologie

Présentée par **Muriel FANGET**

Sous la direction de **Michel FAYOL** et **Catherine THEVENOT**

<u>Membres du Jury :</u>

Pierre BARROUILLET, Professeur, Université de Genève
Sylvie DROIT–VOLET, Professeure, Université de Clermont-Ferrand 2
Michel FAYOL, Professeur, Université de Clermont-Ferrand 2
Emmanuel SANDER, Professeur, Université de Paris 8
Catherine THEVENOT, Maître de Conférences, Université de Genève

Septembre 2010

Je tiens à présenter mes remerciements

à Michel Fayol qui est à l'origine de cette aventure ainsi qu'à Catherine Thevenot qui a accepté d'y participer en codirigeant ce travail. Merci à eux deux pour la confiance qu'ils m'ont accordée. Au-delà de leurs qualités pédagogiques, leur écoute et leurs conseils ont fait de nos rencontres des moments enrichissants aussi bien sur le plan scientifique que personnel. Leur enthousiasme, leur soutien et leurs grandes qualités humaines m'ont permis de mener ce travail à son terme.

à Pierre Barrouillet, Sylvie Droit-Volet et Emmanuel Sander d'avoir accepté de lire, d'estimer et de discuter ce travail.

aux étudiants qui ont participé à ces études ainsi qu'aux enseignants, qui ont accepté de m'ouvrir les portes de leur classe, et leurs élèves qui ont participé à ce travail avec beaucoup de sérieux.

aux membres du laboratoire pour la sympathie et le soutien qu'ils m'ont témoignés, notamment pendant la période de rédaction, avec une mention spéciale à Marie Izaute pour ses encouragement et ses précieux conseils.

à mes amies et amis doctorants avec qui nous avons partagé les bons comme les mauvais moments. Merci à Laetitia, Séverine, Marie-Laure, Juliette, Hélène, Véro, Fanny… et encore Abdel, Nadine, Marie, Pierre, Mika, Sandrine… à Guy, avec qui nous sommes…"presque" conscrits (je te fais grâce de ces quelques années qui nous séparent !), à son aide, ses conseils, … ainsi qu'à nos nombreux fous rires !

à Magali, pour son amitié, sa disponibilité constante et son investissement dans ce travail. Merci pour ses commentaires plein d'humour qui ont pimenté la progression de cette rédaction!

à la "fine" équipe des anciennes qui se sont dévouées (!) pour me "faire prendre l'air" de temps en temps et ont permis ainsi ma réintégration dans ce monde étudiant qui était si loin de moi. Manue, Claire, Virginie, Marie-Eve, Mme Du et les autres, merci !

à Babeth, Patou et Véro pour l'intérêt qu'elles ont manifesté pour ce travail.

à ma famille qui, de prêt ou de loin, a participé à ce travail. Merci à Jean-Yves de m'avoir laisser vivre cette aventure. À Charlène et Quentin qui n'ont pas toujours très bien compris pourquoi je « retournais à l'école » alors qu'ils rêvaient parfois d'en sortir !! J'espère leur avoir transmis (un peu) l'envie d'étudier !

à mes parents pour leur implication sans faille dans la gestion du quotidien et qui n'ont pas eu la chance de voir ce travail achevé.

Pour terminer, car il faut bien terminer, je voudrais remercier celles qui ont fait que mon passage dans cette UFR restera inoubliable. Elles ont transformé la plupart de nos rencontres en éclats de rire, elles sont "bourrées" (!) d'humour et de générosité. Merci à toute l'équipe de la "Scola" et plus particulièrement à Brune, BB, Stéph et Mireille. Tous ces "cafés nicoteïnés" partagés ensemble ont été un pur bonheur !

TABLE DES MATIERES

Introduction **1**

1ère partie : partie théorique ***6***

CHAPITRE I - Ce que nous enseigne la neuropsychologie sur les stratégies de résolution. **7**
I. INTRODUCTION 7
II. Les dissociations 9
II.1. Les faits numériques et les stratégies de calcul 9
II.2. Dissociations entre les opérations 11
III. Résumé et Conclusion 13

Chapitre II - Les activités numériques chez l'adulte : étude lorsque l'état est stable **14**
I. Introduction 14
II. Les méthodes d'études 15
II.1. Les mesures de durée de résolution 16
II.2. L'analyse des protocoles verbaux 16
II.3. La méthode choix/non-choix de Siegler et Lemaire (1997) 18
III. Les opérations 20
III.1. Les additions 21
III.2. Les multiplications 23
III.3. Les soustractions 25
IV. La distinction entre procédural et déclaratif. 26

Chapitre III - Apprentissage et développement **29**
I. Les additions 29
II. Les soustractions 33
III. Les multiplications 36
III. Les modèles développementaux : à la recherche des processus 37
III.1. Un modèle de comptage ou computationnel 38
III.2. Les modèles de récupération (déclaratifs) 40
III.3. Les modèles mixtes 43

Chapitre IV – Présentation du travail empirique **46**
I. Introduction : pourquoi un nouveau paradigme ? 46
II. Justification théorique du paradigme : pourquoi une utilisation fréquente d'algorithmes ne conduit pas obligatoirement à une récupération directe du résultat en M.L.T. ? 47
III. Présentation générale du paradigme 50
IV. Présentation de la méthode 51
IV.1. Le matériel 51
IV.2. La procédure 53

2ème partie : partie empirique ***55***

Chapitre 1 - La résolution d'additions par les adultes **56**
I. Introduction 56
II. Expérience 1 58
II.1 Méthode 58
II.2 Résultats 60
II.3 Discussion 65
III. Expérience 2 67
III.1. Méthode 67
III.2. Résultats 68
III.3 Discussion 71
IV. Discussion des expériences 1 & 2 72

Chapitre 2 – La résolution de soustractions par les adultes 75
I - Introduction 75
II. Expérience 3 78
II.1. Méthode 78
II.2 Résultats 80
III.3 Discussion 87
III. Expérience 4 90
III.1. Méthode 90
III.2 Résultats 92
III.3 Discussion 102
IV. Expérience 5 104
IV.1 Méthode 105
IV.2 Résultats 105
IV.3 Discussion 106
V. Discussion des études 3, 4 et 5 106

Chapitre 3 – Résolution des multiplications chez les adultes 113
I - Introduction 113
II. Expérience 6 115
II.1 Méthode 115
II.2 Résultats 116
II.3 Discussion 122

Chapitre 4: Résolution des additions par les enfants 126
I - Introduction 126
II. Expérience 7 131
II.1 Méthode 131
II.2 Résultats 132
II.3 Discussion 138

Discussion générale, conclusion et perspectives 142
I . Résumé des résultats 143
I . 1 Additions et soustractions 143
I . 2 Multiplications 145
I . 3 L'effet du niveau de calcul 146
I . 4 Les Protocoles verbaux 148
II . Discussion 149
III . Perspectives 156

Références bibliographiques 158

Annexe 1 - Liste des 24 paires de nombres utilisées dans les études 1 et 2 171
Annexe 2 – Subtests du French Kit 172
Annexe 3 - Liste des 48 paires de nombres utilisées dans l'étude 3 178
Annexe 4 - Liste des 24 paires de nombres utilisées dans l'étude 4 179
Annexe 5 - Liste des 16 paires de nombres utilisées dans l'étude 6 180
Annexe 6 - Liste des 24 paires de nombres utilisées dans l'étude 7 181

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figures

Figure 1. Le modele en Reseaux d'Ashcraft 41

Figure 2. Le modele des interferences de Campbell 42

Figure 3. Moyenne des temps de resolution des problemes en (ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tache et de la taille des nombres 86

Figure 4. Moyenne des temps de reconnaissance des operandes (en ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tache et de la taille des nombres. 93

Figure 5. Moyenne des temps de resolution des problemes (en ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tache et de la taille des nombres. 95

Figure 6. Temps de reconnaissance des operandes en fonction du niveau de calcul des participants, de la tache et de la taille des nombres. 119

Figure 7. Temps de resolution en fonction du niveau de calcul des participants, du type de tache et de la taille des nombres. 121

Figure 8. Temps de reconnaissance des operandes en fonction de la taille des nombres et du type de tache. 136

Tableaux

TABLEAU 1. TAUX DE RECONNAISSANCE DU PREMIER ET DU SECOND OPERANDE EN FONCTION DE LA TAILLE DES NOMBRES ET DU TYPE DE PROBLEME. 60

TABLEAU 2. TEMPS DE REACTION (EN MS) DU PREMIER (N1) ET DU SECOND OPERANDE (N2) A LA TACHE DE RECONNAISSANCE EN FONCTION DE LA TAILLE DES NOMBRES ET DU TYPE DE PROBLEME. 62

TABLEAU 3. TEMPS D'AUTO-PRESENTATION DU PREMIER (N1), DU SECOND OPERANDE (N2) ET DE LA PROPOSITION DE REPONSE [a] EN FONCTION DE TAILLE DES OPERANDES ET DU TYPE DE PROBLEME A RESOUDRE. 64

TABLEAU 4. TAUX DE RECONNAISSANCE CORRECTE POUR LES SUJETS BONS ET MAUVAIS CALCULATEURS EN FONCTION DE LA TAILLE DES OPERANDES ET DU TYPE DE PROBLEME. 69

TABLEAU 5. TEMPS DE REACTION (EN MS) A LA TACHE DE RECONNAISSANCE POUR LES PARTICIPANTS BONS ET MAUVAIS CALCULATEURS EN FONCTION DE LA TAILLE DES NOMBRES ET DU TYPE DE PROBLEME RESOLU. .. 70

TABLEAU 6. TAUX DE RECONNAISSANCE CORRECTE POUR LES PARTICIPANTS BONS ET MAUVAIS CALCULATEURS EN FONCTION DE LA TAILLE DES OPERANDES, DU TYPE DE PROBLEME ET DE LA CIBLE. 81

TABLEAU 7. POURCENTAGES DE STRATEGIES RAPPORTEES PAR LES PARTICIPANTS EN FONCTION DU NIVEAU DE CALCUL DES PARTICIPANTS ET DE LA TAILLE DES NOMBRES. 98

TABLEAU 8 . TEMPS DE RESOLUTION DES PROBLEMES EN FONCTION DE LA STRATEGIE RAPPORTEE, DU NIVEAU DE CALCUL DES PARTICIPANTS ET DE LA TAILLE DES NOMBRES. 101

TABLEAU 9. MOYENNE EN POURCENTAGE DE REPONSES CORRECTES A LA TACHE DE RECONNAISSANCE EN FONCTION DU NIVEAU DE CALCUL DES PARTICIPANTS, DE LA TAILLE DES NOMBRES, DU TYPE DE PROBLEME ET DU TYPE DE CIBLE. 118

TABLEAU 10. TAUX DE RECONNAISSANCE DES OPERANDES EN FONCTION DE LA TAILLE DES NOMBRES ET DU TYPE DE PROBLEME. 133

TABLEAU 11. TEMPS DE RECONNAISSANCE DES OPERANDES (EN MS) EN FONCTION DE LA TAILLE DES NOMBRES ET DU TYPE DE PROBLEME RESOLU. 135

TABLEAU 12. TEMPS D'AUTO-PRESENTATION DU PREMIER ET DU SECOND OPERANDES AINSI QUE DE LA REPONSE PROPOSEE EN FONCTION DE LA TAILLE DES NOMBRES ET DU TYPE DE PROBLEME. 137

Introduction

Les recherches en « arithmétique cognitive élémentaire », un sous-domaine de la cognition numérique, s'attachent à étudier la nature, le fonctionnement et l'évolution des processus de résolution de problèmes arithmétiques, comme *4 + 7 = ?*. La maîtrise de tels problèmes fait partie intégrante de nos connaissances et elle est d'utilité courante dans la vie quotidienne. Pourtant, le traitement des nombres et le calcul simple constituent des activités complexes.

De très nombreux travaux théoriques et empiriques ont porté sur le calcul mental simple et de nombreux modèles d'arithmétique cognitive ont été proposés. Ils peuvent être comparés à plusieurs niveaux. On peut par exemple les analyser relativement à l'information numérique (les nombres sont-ils interconnectés en mémoire?) ou bien les comparer relativement aux problèmes d'apprentissage et de développement (sur quoi porte le développement ? Quelles évolutions des connaissances arithmétiques un modèle prédit-il ?). On peut aussi s'interroger, et c'est l'approche que nous avons retenue, sur les processus cognitifs impliqués dans la résolution de problèmes arithmétiques simples : la réponse est-elle récupérée directement en mémoire (e.g., cela revient à « savoir » que *4 et 3 font 7*) ou bien calculée (e.g., « savoir faire l'addition » pour trouver le résultat de *4 + 3*, on peut ajouter, par exemple, le nombre d'unités du second opérande au premier par pas de un : 5, 6, 7) ?

Groen et Parkman (1972) sont parmi les premiers à avoir recherché comment l'adulte et l'enfant résolvent des additions élémentaires (i.e., simples). Ils partent de l'hypothèse selon laquelle les sujets pourraient disposer de deux catégories de mécanismes : la première consisterait à récupérer directement les résultats des additions stockés en mémoire à long terme ; la seconde ferait appel à une procédure de calcul permettant de reconstituer la réponse.

Ces auteurs montrent qu'au C.P. (Cours Préparatoire) l'enfant résout les additions simples par comptage de un en un à partir du nombre le plus élevé de la paire $m + n$. Toutefois cette procédure ne rend pas compte des données recueillies pour les « doubles » (i.e., paires de chiffres égaux : $2 + 2$; $4 + 4$ …) qui, dès le C.P., semblent directement récupérés en mémoire. Chez les adultes, on aurait plus vraisemblablement affaire à une récupération directe et systématique en M.L.T. (mémoire à long terme) sauf dans quelques cas, rares mais suffisants pour laisser penser qu'un comptage survient quelquefois. Ces résultats ont conduit les auteurs à s'interroger sur le passage du comptage à la récupération en M.L.T.

Ashcraft (1982), Ashcraft et Fierman (1982) rapportent que c'est au niveau du CE2 (i.e., troisième année de scolarité primaire) que les enfants passent d'une stratégie où le comptage domine à une autre marquée par le recours fréquent à la récupération en M.L.T. On assisterait donc progressivement, au cours de la scolarité primaire, au passage d'un mode de résolution pour les additions simples basé sur le comptage à un autre reposant essentiellement sur la recherche et la récupération d'informations stockées en M.L.T. et organisées en réseau. C'est l'utilisation répétée des procédures de comptage pour résoudre un même problème qui conduirait à une association en M.L.T. du problème et de son résultat. Ces associations (i.e., opérandes et résultats) en mémoire constituent ce que l'on appelle les faits numériques. Le schéma général d'évolution des procédures de résolution des soustractions mentales suit approximativement la même voie. La résolution de multiplications simples s'effectue, quant à elle, vraisemblablement d'emblée par le biais d'une récupération en M.L.T. du simple fait de l'apprentissage « par cœur » des tables de multiplications.

Toutes les études montrent que nous disposons de deux grands types de procédures permettant de résoudre des opérations arithmétiques simples : la récupération directe du résultat en mémoire à long terme et les procédures de reconstitution de la réponse (i.e. procédures algorithmiques). Cependant, personne n'a encore pu déterminer de façon précise quelles sont les opérations récupérées et celles qui sont calculées. Pour la soustraction par exemple, les participants de Seyler, Kirk et Ashcraft (2003) rapportent recourir à la récupération pour 97% des problèmes faciles et 67% des problèmes difficiles, mais nous n'avons aucune indication sur la façon dont sont résolus les problèmes de taille intermédiaire. De plus, nous ne pouvons pas affirmer que tous les sujets se comportent de la même façon pour un type donné d'opération. Par exemple, Seyler et al. montrent que 30% de leurs participants utilisent exclusivement la récupération, alors que seulement 6% des participants de LeFevre, DeStefano, Penner-Wilger et Daley (2006) disent utiliser la récupération pour tous les essais de l'étude.

Ces différences dans les résultats proviennent, en grande partie, des méthodes d'études qui présentent des biais susceptibles de les expliquer. Nous verrons, dans la partie théorique, que les deux principaux paradigmes utilisés, à savoir les protocoles verbaux (i.e., les participants doivent rapporter verbalement la façon dont ils ont résolu chaque problème) et les mesures des temps de latence (i.e., temps de résolution ou de vérification des opérations) ont été largement critiqués notamment par Kirk et Ashcraft (2001) pour les protocoles verbaux et Siegler (1987, 1989) pour les temps de latence.

Pour pallier ce manque de constance dans les résultats, nous proposons un paradigme original qui ne repose ni sur l'étude des rapports verbaux ni sur celle des temps de résolution, mais sur la reconnaissance (ou non) d'opérandes après leur implication dans une opération arithmétique particulière et dans une comparaison. La comparaison ne nécessitant aucune transformation des nombres, elle constitue, en quelque sorte, une ligne de base à laquelle nous allons pouvoir nous référer. Ainsi s'il n'existe pas de différence entre la reconnaissance des opérandes après leur implication dans une opération et dans une comparaison, nous pourrons affirmer que le résultat de l'opération en question a été récupéré. En revanche si les résultats diffèrent c'est qu'un autre type de procédure aura été mobilisé.

Afin de nous permettre de différencier les opérations arithmétiques qui sont récupérées de celles qui sont calculées, nous utilisons des tailles de nombres différentes (i.e., petites, moyennes et grandes opérations), et pour nous permettre de savoir si tous les sujets se comportent de la même façon sur ces différents problèmes nous comparons les résultats obtenus pour deux groupes de participants : des 'bons' et des 'mauvais' calculateurs.

Notre objectif général est de mettre en évidence le type de procédure impliqué dans la résolution de problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs chez les adultes, en fonction de la taille des opérations et du niveau de calcul des participants, et aussi chez les enfants en CM2 (i.e., 5ème année primaire) en fonction de la taille des nombres.

Dans une première partie, nous proposons, pour tenter de cerner la complexité de ces activités, de dresser un bilan des recherches portant sur l'arithmétique cognitive. Pour cela, nous avons choisi de présenter, dans un premier chapitre, ce que nous apprennent les recherches en neuropsychologie. Ces études permettent de comprendre la façon dont les connaissances s'organisent dans un système stable, c'est-à-dire chez l'adulte. Les recherches portant sur les patients présentant des difficultés affectant le calcul élémentaire permettent, notamment, de mettre en évidence la différence entre les faits arithmétiques (ou numériques) et un traitement arithmétique général qui fait appel à des procédures. Les dissociations entre les opérations montrent également que l'on ne peut pas parler de calcul simple de façon générale, car chaque opération arithmétique est susceptible d'être affectée sélectivement

Le second chapitre sera consacré aux études conduites en psychologie cognitive sur le calcul chez l'adulte. Après avoir présenté les paradigmes utilisés dans ces études, ainsi que les critiques qui leur ont été adressées, nous exposerons les principaux résultats obtenus relativement aux trois opérations qui nous intéressent (i.e., addition, soustraction et multiplication). Ces résultats nous conduiront à distinguer deux grands types de résolution : la résolution procédurale (e.g., *8 + 7 =* ? je sais que *7 + 7 = 14* donc *14 + 1 = 15*) et la résolution déclarative (e.g., deux fois trois font six).

Dans le troisième chapitre nous étudierons le développement et l'apprentissage du calcul chez les enfants, de l'évolution de l'addition et de la soustraction, à celle de la multiplication. Les travaux menés chez les enfants ont permis de proposer différents types de modèles développementaux. Nous exposerons brièvement les principaux, et nous verrons qu'ils prédisent tous que le développement devrait aboutir à une procédure unique de récupération en mémoire à long terme, tout au moins pour les opérations les plus simples. Or, les résultats des différentes études ne valident pas cette prédiction et divergent quant à la façon dont les différentes opérations seraient résolues.

Á partir des analyses critiques des modèles, des données et des paradigmes présentés dans cette première partie, nous exposerons notre paradigme, ses fondements théoriques, puis les hypothèses auxquelles il conduit.

La deuxième partie de ce travail sera consacrée aux études expérimentales menées dans le cadre de cette recherche. Nous présenterons tout d'abord les travaux conduits chez les adultes : l'addition (étude 1 et 2), la soustraction (étude 3, 4 et 5) et la multiplication (étude 6), puis chez les enfants pour l'addition (étude 7).

Enfin la dernière partie résumera les principaux résultats obtenus que nous discuterons de façon générale et nous verrons notamment que ce paradigme échappe aux critiques formulées à l'encontre des autres paradigmes utilisés, même s'il en suscite d'autres. Enfin, nous évoquerons des possibilités d'utilisation de ce nouveau paradigme dans d'autres domaines.

1ère partie : partie théorique

CHAPITRE I - Ce que nous enseigne la neuropsychologie sur les stratégies de résolution.

I. INTRODUCTION

La neuropsychologie cognitive a pour objectif la compréhension de la cognition humaine. Plus particulièrement, elle se propose de tirer parti des dysfonctionnements cognitifs consécutifs à des lésions cérébrales afin de comprendre le fonctionnement cognitif normal. La neuropsychologie du cas unique, et la neuropsychologie cognitive en général, ne s'intéresse pas à la pathologie en tant que telle, mais à la compréhension des fonctions cognitives normales. Elle postule que la performance déficitaire d'un patient victime d'une lésion cérébrale reflète le fonctionnement d'un système de traitement de l'information au préalable intact et dont une ou plusieurs composante(s) a/ont été affectée(s). À ce principe de base s'ajoutent deux autres postulats. Tout d'abord, le système de traitement est composé de plusieurs sous-systèmes indépendants pouvant être sélectivement endommagés par la lésion cérébrale : c'est le principe de modularité. Ensuite, le système endommagé par une lésion cérébrale ne se réorganise pas au point de constituer une architecture cognitive totalement différente : c'est le postulat de transparence. Ce postulat autorise la généralisation des résultats observés à la totalité de la population saine. On cherche à savoir, dès lors, à quoi pouvait ressembler le système cognitif avant la lésion à partir des performances que l'on observe chez le patient.

Les recherches relevant de la neuropsychologie ont contribué à éclairer considérablement l'étude des troubles regroupés sous la dénomination d'**acalculie,** terme désignant « une incapacité à réaliser des opérations arithmétiques suite à une lésion focale du cerveau » (Henschen, 1919).

Le paradigme permettant d'attester l'indépendance fonctionnelle de deux modules cognitifs est la double dissociation entre deux processus A et B. Mettre en évidence une double dissociation nécessite deux patients : l'un chez qui la lésion a endommagé le sous-système A et épargné le sous-système B, et l'autre chez qui la lésion a endommagé le système B et épargné le sous-système A. Si les modules A et B se trouvent sélectivement altérés par une lésion cérébrale : on dira que A et B sont des *modules indépendants* du traitement de l'information. Par exemple un patient peut commettre des erreurs dans l'écriture des nombres arabes (A), et ne pas en commettre lorsqu'il doit les écrire en toutes lettres (B). Si un autre patient présente le profil inverse (réponses incorrectes en notation verbale, mais correctes en notation arabe), alors l'indépendance des systèmes de production en notation arabe et verbale sera attestée.

La première observation d'un trouble spécifique du calcul fut rapportée par Lewandowsky et Stadelman (1908, cité par Delazer, 2000), qui mirent en évidence que seul le calcul pouvait être altéré sans qu'aucune autre fonction ne soit endommagée. Ils établirent surtout la distinction entre une récupération en mémoire et l'utilisation de stratégies de calcul pour résoudre des opérations numériques simples.

Ces premières données ont donc permis de distinguer :

- les *faits numériques*, qui sont les problèmes arithmétiques simples, composés généralement d'opérandes à un chiffre (e.g., 5 + 3, 2 x 4 ou 5 - 2), mais d'autres problèmes plus grands peuvent aussi faire partie des faits numériques (e. g., les opérandes dont le dernier nombre est un zéro : *20 + 9*), dont la résolution ne requiert pas de calculs car les opérandes et leur résultat ont été mémorisés et sont stockés en mémoire à long terme, et

- les *calculs complexes* qui, eux, demandent, pour être résolus, le recours à des algorithmes de calcul (ou stratégies). Une stratégie est définie comme « une procédure ou ensemble de procédures permettant aux sujets d'atteindre un but cognitif » (Lemaire & Arnaud, 2004) ou, comme le définissent Johnson-Laird, Savary et Bucciarelli (2000), « la suite d'étapes qu'un individu suit lorsqu'il résout ou tente de résoudre un problème ».

II. Les dissociations

II.1. Les faits numériques et les stratégies de calcul

La littérature décrit le cas de patients ne pouvant réaliser que de petites opérations arithmétiques à l'aide de stratégies de comptage laborieuses alors que les autres tâches numériques sont préservées. C'est le cas du patient DRC décrit par Warrington (1982). Ce patient parvenait à donner le résultat approximatif de calculs simples ou complexes, à évaluer des quantités ou à juger de la taille d'un nombre alors qu'il était totalement incapable de réaliser des additions, soustractions et multiplications. Il parvenait néanmoins à résoudre des problèmes simples à l'aide de stratégies de comptage laborieuses.

D'autres patients montrent en revanche des difficultés à exécuter correctement des tâches de comparaison numérique, des soustractions simples ou des additions plus complexes. Les connaissances arithmétiques qui ont été préservées correspondent à des apprentissages « par cœur » effectués à l'école sous forme de récitation (*les faits arithmétiques*), et qui ont été conservés en mémoire sous forme des tables d'addition et de multiplication. Ces tâches peuvent donc être accomplies correctement sans compréhension du sens du nombre ni calcul numérique proprement dit, en se basant simplement sur des automatismes.

D'autres études rapportent l'utilisation de stratégies de calcul permettant de compenser un déficit de récupération des faits numériques chez des patients acalculiques. Par exemple, le patient MW (McCloskey et al., 1985 ; Sokol & McCloskey, 1991) ne parvenait pas à récupérer en mémoire le résultat de *7x7* et résolvait ce problème en soustrayant *7x3* de *7x10*. De même, la patiente IE (Sokol & McCloskey, 1991 ; Sokol, McCloskey, & Cohen, 1989, Sokol, McCloskey, Cohen, & Aliminosa, 1991) ne pouvait résoudre des additions et multiplications qu'en appliquant des procédures de calcul (e.g., elle décomposait l'addition *9+2* en *9+(1+1),* puis en *(9+1)+1* puis donnait la bonne réponse *11*).

L'existence d'une préservation des faits arithmétiques et d'une incapacité à utiliser des procédures de calcul a également été décrite (Delazer & Benke, 1997 ; Dehaene & Cohen, 1997). La patiente JG était incapable d'appliquer des procédures pour compenser son incapacité à récupérer certains faits numériques, et elle ne parvenait pas à représenter les multiplications avec une autre stratégie (e.g., 2 x 4 = 2 + 2 + 2 + 2) alors qu'elle les résolvait sans aucun problème en récupérant le résultat en mémoire.

Ces études montrent, d'une part, l'existence d'une dissociation entre l'utilisation de procédures de calcul et la récupération des faits arithmétiques et, d'autre part, que la résolution de calculs simples peut dépendre principalement des connaissances procédurales et ne pas impliquer automatiquement une connaissance conceptuelle de l'arithmétique. La résolution des opérations arithmétiques fait donc appel à différents types de connaissances : conceptuelles, déclaratives et procédurales.

II.2. Dissociations entre les opérations

Différents cas de préservation et d'altération d'opérations ont été observés. McCloskey, Aliminosa et al. (1991) ont observé chez un groupe de patients acalculiques des performances bien plus mauvaises pour les multiplications que pour les additions et les soustractions. D'autres études ont également décrit des cas de patients dont la soustraction était mieux préservée que la multiplication et l'addition (Dagenbach & McCloskey, 1992 ; Pesenti, Seron, & Van der Linden, 1994). Une dissociation inverse, c'est-à-dire des performances plus médiocres aux soustractions qu'aux deux autres opérations a aussi été observée par Harskamp et Cipolotti (2001).

Différents modèles ont été proposés pour tenter d'expliquer ces dissociations entre opérations et ils postulent, de façon générale, soit l'existence de réseaux distincts en mémoire pour chaque opération, soit celle de différents niveaux de traitement pour chacune des opérations (i.e., addition, multiplication, soustraction et division). Ceci confirme qu'il est donc nécessaire étudier chaque type d'opération pour comprendre la façon dont nous procédons pour les résoudre.

Au terme de cette analyse portant sur les doubles dissociations, il apparaît que la résolution de problèmes arithmétiques simples peut aller de la récitation (e.g., 2 + 2 = 4) à la manipulation des quantités numériques (e.g., 9 = 10 - 1). Ces études nous permettent de comprendre que différents types de connaissances sont susceptibles d'intervenir dans la résolution arithmétique : des connaissances conceptuelles (e.g., savoir que 2 x 3 = 3 + 3), procédurales (e.g., 9 + 5 → 9 = 5 + 4 → 5 + 5 = 10 → 10 + 4 = 14) et déclaratives (e.g., « deux fois cinq dix » ; « trois fois deux six »). D'autre part, l'étude des patients présentant des troubles du calcul montre qu'ils peuvent être affecté d'une façon différente pour les tâches de soustraction, d'addition et de multiplication. Ce que l'on peut donc constater pour une opération ne peut pas être généralisé aux autres opérations, ce qui implique que l'on ne peut pas traiter « le » calcul comme une seule et unique tâche, d'où la nécessité d'étudier les différentes opérations.

Plusieurs explications ont été proposées pour rendre compte des différentes dissociations entre les opérations. Dagenbach et McCloskey (1992) expliquent les déficits sélectifs de leurs patients en termes d'endommagement spécifique des opérations arithmétiques, McNeil et Warrington (1994) postulent quant à eux l'existence d'un calculateur visuel et verbal dédié aux différentes opérations. Les additions et les multiplications seraient résolues, de façon préférentielle, dans une représentation de calcul verbal et les soustractions dans une représentation visuelle arabe. Ainsi, l'endommagement d'un des systèmes (ou sa non accessibilité) entraînerait le déficit d'une opération ou d'une modalité spécifique. Une interprétation de même type est proposée par Dehaene et Cohen (1995). Ces auteurs mettent l'accent sur les différentes composantes permettant de répondre aux quatre opérations. Les multiplications sont apprises systématiquement par cœur et donc mémorisées alors que les soustractions, ne faisant pas l'objet d'un tel apprentissage, s'appuient sur des *back-up* stratégies. L'observation d'opérations sélectivement préservées ou endommagées est considérée comme reflétant un problème dans une composante spécifique plutôt que par l'endommagement des représentations. Les opérations pourraient différer par leur format de représentation (les multiplications seraient représentées sous forme auditivo/verbale, les soustractions sous forme de magnitude analogique). Ainsi cette optique de composante de traitement permet de rendre compte des différents patterns de déficit sélectifs (Dehaene & Cohen, 1997). D'après cette approche, les additions peuvent être résolues à la fois par le biais de la récupération des faits en mémoire et par la manipulation des quantités (i.e., procédures de calcul) (Dehaene et al. 2003).

III. Résumé et Conclusion

Si les études de patients présentant des troubles du calcul associés à différentes lésions neurologiques établissent clairement la distinction entre une récupération en mémoire du résultat d'une opération et l'utilisation de stratégies algorithmiques de résolution, elles ne nous permettent pas de comprendre comment l'on passe de l'une à l'autre et s'il y a une évolution dans la mise en place et l'utilisation de nouvelles stratégies. D'autre part, si ces études montrent bien que différents types de connaissances sont impliqués dans la résolution des opérations arithmétiques (i.e., des connaissances conceptuelles, déclaratives et procédurales), elles ne permettent pas de comprendre comment on acquiert de telles connaissances, à quelle période de la vie et s'il existe un ordre dans leur acquisition. Enfin, l'étude de ces patients permet de conclure qu'une opération arithmétique (ou plusieurs) peut-être « perdue » alors que les autres subsistent, ce qui suggère un traitement différent selon le type d'opération. Nous allons maintenant aborder les méthodes d'étude en psychologie cognitive et examiner ce qu'elles nous apprennent sur la façon dont les adultes résolvent les différentes opérations.

Chapitre II - Les activités numériques chez l’adulte : étude lorsque l’état est stable

I. Introduction

Nous venons de voir que les observations cliniques des patients cérébrolésés permettent de mettre en évidence des mécanismes sous-tendant la cognition humaine et, dans l’objectif de fournir une synthèse cohérente à l’ensemble des déficits recensés, différents modèles ont été proposés.

Toutefois, cette approche présente un certain nombre de limites. Tout d’abord, elle souligne le caractère modulaire d’une fonction qui a disparu de façon sélective chez un patient. En conséquence, si l’on peut associer le territoire cérébral lésé à cette fonction, on ne peut en aucun cas l’y restreindre (cette région n’étant éventuellement qu’un sous-ensemble du réseau requis pour assurer cette même fonction), ni l’étudier de façon approfondie, autrement dit caractériser sa nature exacte. D’autre part, la taille des régions cérébrales touchées, la rareté de certains syndromes intéressant telle fonction cognitive précise et la variété anatomo-fonctionnelle interindividuelle, limitent fortement la précision et la reproductibilité des conclusions issues uniquement de la neuropsychologie.

Aussi existe-t-il, dans l’étude de la cognition humaine, un autre champ d’étude : la psychologie expérimentale. Contrairement à la neuropsychologie, cette science s’adresse généralement à des sujets sains. D’autre part, elle se fonde essentiellement sur des données comportementales : les temps de réponse des sujets. Même si elle ne permet pas d’accéder directement au fonctionnement de l’esprit humain, la psychologie expérimentale permet d'inférer des hypothèses sur celui-ci en utilisant différentes méthodes que nous allons étudier ici.

II. Les méthodes d'études

De nombreuses études ont été conduites afin d'identifier les stratégies utilisées dans des tâches de résolution de problèmes arithmétiques. Deux grands types de tâches permettent d'analyser les performances arithmétiques : les tâches de production (e.g., *7 + 8 = ?, 27 – 7 = ?*) et les tâches de vérification (e.g., *8 + 4 = 13, vrai ou faux ?*). Cette distinction à première vue sans importance, peut se révéler fondamentale car le type de tâche est un facteur qui peut influencer le répertoire stratégique. Ainsi, les sujets ne mettent pas en œuvre les mêmes stratégies s'ils ont à accomplir une tâche de production ou une tâche de vérification, même si les deux tâches exigent que le sujet récupère un minimum d'informations arithmétiques en mémoire à long terme. Dans les tâches de vérification, comme dans les tâches de production, les stratégies varient selon le type de problème à résoudre. Si les équations à vérifier sont vraies (e.g., *3 x 4 = 12* ou *35 + 43 = 78*), le répertoire stratégique mis en œuvre est analogue dans les deux tâches (i.e., récupération de la réponse en mémoire et différentes variantes de comptage, de transformation et de décomposition). En revanche, si les équations sont fausses, les sujets se basent, dans les tâches de vérification, sur les caractéristiques des nombres pour utiliser différentes stratégies. Elles ont toutes en commun de mettre en œuvre un processus d'évaluation de la plausibilité de la réponse proposée, mais se différencient sur la base du type d'informations prises en compte.

Trois principales méthodes permettent d'identifier les stratégies utilisées pour résoudre les problèmes arithmétiques : le recueil des protocoles verbaux, les mesures de durée de résolution et la méthode choix/non-choix.

II.1. Les mesures de durée de résolution

Les mesures des durées de résolution portent soit sur la production des réponses à des opérations (e.g., *5 + 5 = ?*) soit sur la formulation d'un jugement (e.g., *3 + 5 = 9 : vrai ou faux ?*). Siegler (1987, 1989) a montré que le moyennage des temps de latence à travers différents essais impliquant différentes stratégies conduit à des conclusions erronées sur la façon dont les problèmes sont résolus. En effet, les adultes, comme les enfants, connaissent plusieurs stratégies pour résoudre de simples problèmes arithmétiques. Faire la moyenne de données générées par l'utilisation de différentes stratégies comporte les mêmes risques que moyenner des données générées par différentes personnes. Regrouper les données de plusieurs personnes ne reflète pas précisément le comportement d'une seule personne. De même, regrouper des données générées par différentes stratégies ne reflète pas avec précision les caractéristiques d'une seule stratégie (Siegler, 1987). La méthode des protocoles verbaux est donc préférée par certains auteurs (e.g., LeFevre, Sadesky & Bisanz, 1996).

II.2. L'analyse des protocoles verbaux

Cette méthode, utilisée en psychologie cognitive peut prendre deux formes différentes. La première, inspirée de la méthode piagétienne (dite de l'entretien clinique), consiste à interroger le sujet confronté à un problème de manière à induire chez celui-ci des activités intellectuelles et à tenter de saisir, à travers ses réponses, la nature et l'organisation des processus cognitifs mis en œuvre. Les questions se suivent, en général, sans organisation a priori : il appartient à l'expérimentateur de les orienter en fonction de son but et des (ré) actions du sujet.

La seconde, utilisée par Newell et Simon (1972), revient à demander au sujet de parler à voix haute (*talking aloud*) tout en résolvant le problème. Il s'agit, par ce biais, d'essayer de saisir la nature et l'enchaînement des opérations cognitives mobilisées en vue de la résolution.

Ces deux méthodes présentent de nombreux avantages et leur fécondité n'est plus à démontrer. Elles recèlent néanmoins trois inconvénients majeurs qui rendent difficile leur utilisation isolée. Tout d'abord, pour être identifiées, les stratégies doivent être repérables et séparables les unes des autres. Or, des processus automatiques ou surentraînés, comme la récupération de faits arithmétiques en mémoire, ne seraient pas toujours accessibles à la conscience et les sujets ne seraient donc pas toujours en mesure d'exprimer correctement les processus mis en œuvre. En effet, pour qu'une stratégie soit identifiée et verbalisée, elle doit laisser une trace en mémoire de travail. Donc, seules les informations accédant à la conscience se trouvent verbalisées. On ignore les autres et on se voit ainsi dans l'impossibilité de savoir si l'on a affaire aux plus importantes. D'autre part, on ne peut écarter, notamment chez les plus jeunes ou les moins « experts », la possibilité d'interférences entre la tâche principale et le commentaire dont elle fait l'objet (Ericsson & Simon, 1980). Le recours aux protocoles verbaux peut ralentir les processus cognitifs concurrents. Effectivement, demander à des participants d'expliquer la façon dont ils ont procédé pour résoudre les différents problèmes peut interférer avec les processus cognitifs mis en œuvre qui se trouvent par conséquent modifiés. En l'occurrence, si la méthode des protocoles verbaux s'avère efficace dans les tâches de production, où les stratégies utilisées sont longues et requièrent des processus cognitifs élaborés, elle l'est moins dans des tâches de vérification. En effet, dans les tâches de vérification de problèmes arithmétiques simples (e.g, *3+8=12, vrai/faux*), les individus peuvent utiliser des stratégies très rapides (i.e., évaluation de la plausibilité de la réponse) dont ils n'ont pas systématiquement conscience. De ce fait, les pourcentages d'utilisation des stratégies rapides et quasi-inconscientes sont sous-estimés. Enfin les consignes délivrées aux sujets pourraient attirer leur attention sur les objectifs de la recherche et donc affecter leurs rapports verbaux. Schmit-Chant et LeFevre (2003) ont montré que les participants présentant un niveau d'habileté arithmétique faible répondaient plus lentement et de façon plus juste lorsqu'on leur demandait de décrire leurs procédures de résolution. Pour les participants plus habiles, cette demande semblait moins altérer les processus mentaux.

II.3. La méthode choix/non-choix de Siegler et Lemaire (1997)

Cette méthode permet d'analyser chaque aspect stratégique de manière non biaisée. Dans cette méthode, un ensemble restreint de stratégies est testé et le répertoire stratégique est ainsi rendu constant pour tous les participants. Ceux-ci doivent résoudre les problèmes arithmétiques dans plusieurs conditions dont les séries de problèmes sont appariées. Dans la condition « choix », les participants résolvent les problèmes arithmétiques en ayant à leur disposition l'ensemble restreint des stratégies testées et peuvent ainsi choisir pour chaque problème une stratégie. La condition « choix » permet ainsi d'analyser la distribution des choix stratégiques. Dans la condition « non-choix », les participants doivent résoudre les problèmes arithmétiques en ayant pour contrainte d'utiliser une seule stratégie pour l'ensemble des problèmes. Il y a autant de conditions « non-choix » que de stratégies mises à disposition des sujets dans la condition choix (i.e., une condition « non-choix » pour chaque stratégie proposée en condition « choix »). Chaque condition « non-choix » permet ainsi d'analyser les aspects exécutifs de chaque stratégie en termes de latence et de précision, indépendamment de la sélection stratégique.

Le principal avantage de cette méthode est de fournir des indices non biaisés des aspects exécutifs de chaque stratégie et d'étudier précisément les processus spécifiques mis en œuvre par chacune (i.e., exécution stratégique). Par conséquent, cette méthode offre aussi la possibilité d'étudier dans quelle mesure les choix stratégiques sont déterminés par les aspects exécutifs des stratégies et les bénéfices en termes de performances pour chacune d'entre elles sur chaque type de problème (i.e., sélection stratégique).

Néanmoins, cette méthode présente quelques limites. Premièrement, les stratégies doivent être identifiées item par item, ce qui implique qu'elles soient discrètes, facilement identifiables et séparables l'une de l'autre. Or, dans les tâches de vérification et de comparaison de problèmes, des stratégies extrêmement rapides et consistant à court-circuiter les stratégies plus longues peuvent être utilisées (i.e., stratégies d'évaluation de la plausibilité, utilisation de règles arithmétiques de type $N \times 0 = 0$; e.g., Ashcraft & Stazyk, 1981 ; De Rammelaere, Stuyven, & Vandierendonck, 2001 ; Hecht, 2002 ; Lemaire & Fayol, 1995). Deuxièmement, cette méthode s'applique dans des tâches où il est possible de recueillir des indicateurs externes (e.g., comptage à voix haute) ou des protocoles verbaux pour valider l'identification des stratégies. Or, les adultes ne produisent pas de tels indicateurs externes lors de la résolution de problèmes arithmétiques et les protocoles verbaux peuvent influencer les performances (Cooney & Ladd, 1992 ; Kirk & Ashcraft, 2001 ; Russo, Johnson, & Stephens, 1989). Troisièmement, un nombre important d'items doit être utilisé pour analyser les aspects exécutifs en termes de latence et de précision de chaque stratégie, ce qui implique que cette méthode ne soit utilisée que dans des tâches où les problèmes ne sont pas trop longs à résoudre.

En résumé, plusieurs tâches peuvent être utilisées pour étudier les performances arithmétiques et plusieurs techniques permettent d'inférer les stratégies de résolution de ces tâches arithmétiques. Comme nous venons de le voir, ces techniques sont toutes entachées de biais ce qui pose question quant aux résultats obtenus avec de tels paradigmes. Dans la mesure où les inférences à partir des variations de performance ou de rapports verbaux ne permettent pas de distinguer de façon claire les différentes stratégies utilisées dans la résolution d'opérations arithmétique, nous proposons de tester un nouveau paradigme.

Dans le présent travail de recherche, nous étudierons les stratégies de calculs au travers de tâches de vérification d'opérations arithmétiques (additions, multiplication et soustractions) et de comparaison. Pour essayer de lever ces doutes et éviter ces biais, nous avons développé un paradigme qui ne repose ni sur l'analyse des temps de latence, ni sur des protocoles verbaux, et qui n'attire pas l'attention des participants sur le but de la recherche. Ce paradigme repose sur la reconnaissance d'opérandes qui fait suite à la tâche de vérification d'opération arithmétique ou de comparaison.

III. Les opérations

Les connaissances sur les processus mentaux impliqués dans la résolution des opérations arithmétiques se sont considérablement développées ces trente dernières années (voir Campbell, 2005). Dans le domaine de l'arithmétique (e.g., *3 + 4, 15 – 7 ou 4 x 9*), les recherches indiquent que les adultes utilisent diverses procédures pour résoudre des problèmes simples. Une des façons de répondre à un problème de type *3 + 4* est de retrouver le « fait numérique » (e.g., *3 + 4 = 7*) stocké en mémoire. La récupération en mémoire serait plus souvent utilisée pour des opérations comprenant de petits opérandes que pour des problèmes avec de grands opérandes, et ceci aussi bien chez les adultes que chez les enfants, et plus fréquemment pour certaines opérations (i.e., multiplications) que pour d'autres (i.e., soustractions) (LeFevre et al., 2006). Les enfants sont moins susceptibles d'utiliser la récupération que les adultes car ils ont eu moins d'opportunité pour mémoriser les faits numériques (Lemaire & Siegler, 1995).

La résolution d'opérations arithmétiques simples peut également être obtenue en mettant en œuvre des procédures qui peuvent nécessiter la combinaison de la récupération en mémoire avec d'autres types de procédures. Ces résolutions procédurales comprennent le comptage (e.g., résoudre $9 + 2$ en comptant *10, 11*), la transformation ($5 + 6 = [6 + 6] - 1$) ou la référence à l'opération inverse (en reformulant $9 - 3 = ?$ en $3 + ? = 9$). La résolution procédurale nécessite de faire appel à plusieurs « morceaux » de connaissances, de modifier ou de « refondre » ces connaissances ou d'exécuter une suite d'opérations arithmétiques nécessitant le maintien temporaire de résultats intermédiaires. Elle s'avère donc plus complexe que la récupération. Les participants se montrent plus lents et commettent plus d'erreurs lorsqu'ils utilisent des procédures de résolution.

Cependant, l'idée que les adultes utilisent d'autres procédures que la récupération pour résoudre des problèmes arithmétiques simples est quelque peu controversée. Initialement, les chercheurs supposaient que les adultes utilisaient exclusivement la récupération car c'était l'approche la plus performante (Ashcraft, 1982, 1987 ; Siegler, 1989). Les adultes semblaient avoir un accès automatique aux faits numériques, tout du moins dans certaines conditions et pour certaines opérations (Jackson & Coney, 2005 ; LeFevre, Bisanz, & Mrkonjic, 1988). Cependant, le nombre d'études dans lesquelles les adultes déclarent utiliser des solutions procédurales suggère que la récupération directe des faits numériques en mémoire à long terme n'est pas la procédure de résolution générale pour tous les adultes et toutes les opérations.

III.1. Les additions

Il est largement admis que la performance des jeunes enfants en arithmétique est basée sur le comptage ou d'autres stratégies procédurales, et que ces procédures sont peu à peu remplacées par la récupération directe en mémoire (Ashcraft, 1992 ; Barrouillet & Fayol, 1998 ; Campbell & Oliphant, 1992 ; Lemaire, Barrett, Fayol, & Abdi, 1994 ; Siegler, 1996 ; Widaman, Little, Geary, & Cormier, 1992 ; Widaman & Little, 1992 ; pour une revue voir Geary, 1994). Groen et Parkman (1972) ont été les premiers à proposer cette explication en se basant sur l'analyse de temps de latence chez les enfants et les adultes. Comme nous le verrons plus tard, ces auteurs ont montré que les temps de réponse à des problèmes additifs simples (e.g., *4 + 3*) augmentaient de façon linéaire avec la taille du premier opérande, chez les enfants d'école primaire. Ce résultat est le premier à mettre en évidence l'utilisation de la *min* stratégie chez les enfants. Cette stratégie consiste à compter à partir du plus grand des deux opérandes, le nombre d'unités indiqué par le plus petit des opérandes (Car & Jessup, 1995 ; Siegler, 1987 ; Siegler & Crowley, 1994). Chez les adultes, on constate aussi une augmentation significative des temps de latences en fonction de la taille des opérandes, mais cette augmentation est beaucoup plus faible que chez les enfants. Qui plus est, contrairement à ce que l'on constate chez les enfants, les temps de réponse des adultes sont mieux expliqués par le carré de la somme ou du produit des opérandes plutôt que par la taille des opérandes. Ces différences ont été interprétées comme le résultat de l'utilisation rapide et efficace de la récupération du résultat en mémoire des problèmes additifs simples par les adultes, contrairement aux enfants.

Toutefois, LeFevre, Sadeski et al. (1996) mentionnent que moyenner les temps de latence de l'ensemble des essais impliquant différentes procédures, peut entraîner des conclusions erronées sur la façon dont les adultes résolvent les problèmes. Effectivement, d'autres chercheurs, comme par exemple Svenson (1985), montrent que les adultes rapportent avoir utilisé la stratégie de récupération pour résoudre de simples problèmes additifs dans seulement 78% des essais (voir aussi Geary, Frensch & Wiley, 1993 ; Geary & Wiley, 1991 pour des résultats similaires). Pour essayer de comprendre comment la sélection des procédures varie en fonction des problèmes et des participants, LeFevre et al. récupèrent, essai par essai, les données chronométriques des additions. Les auteurs concluent que l'importance de la récupération a été exagérée dans les modèles de performance des adultes. Effectivement, 81% de leurs participants utilisent deux procédures ou plus parmi le comptage, la récupération et la décomposition pour résoudre ce type de problème (les deux opérandes inférieurs à 10). En fait, la récupération semble la procédure la plus utilisée pour des problèmes dont la somme est inférieure à 10 (dans environ 83% de ce type d'essais), mais l'utilisation de procédures de transformation augmente de façon significative avec les sommes supérieures à 10 (environ 46% des essais, si on ne considère pas les doubles, qui sont supposés être résolus par récupération (Blankenberger, 2001 ; Campbell & Gunter, 2002 ; Graham & Campbell, 1992 ; Miller, Perlmutter, & Keating, 1984 ; Torbeynns, Verschaffel, & Guesquière, 2002)). En effet, la résolution de problèmes comportant de grands nombres nécessite plus de temps et entraîne plus d'erreurs que celle de problèmes avec des petits nombres, c'est ce que l'on appelle l'effet de taille. Il est facilement expliqué par le fait que plus la procédure engagée nécessite de pas, plus le temps de résolution du problème s'accroît, ainsi que le nombre d'erreurs.

Cette revue succincte de la littérature montre que les résultats des études ne sont pas unanimes quant à la façon dont sont résolues les petites additions. Nous allons examiner ce qu'il en est pour les multiplications puis pour les soustractions.

III.2. Les multiplications

Les petites multiplications sont supposées être résolues par les adultes en récupérant le résultat dans un réseau d'association stocké en mémoire à long terme (Lépine, Roussel, & Fayol, 2003 ; Roussel, Fayol, & Barrouillet, 2002 ; Thibodeau, LeFevre, & Bisanz, 1996). De nombreuses recherches montrent que non seulement les multiplications sont résolues par récupération, mais que cette récupération est automatique. En d'autres termes, la présentation de deux chiffres activerait automatiquement le résultat de leur produit. Thibodeau et al. (1996) ont montré que lorsque l'on présente deux nombres (que l'on pourrait qualifier d'opérandes) à des adultes, séparés par le symbole de la multiplication ('x'), ils éprouvent plus de difficulté à décider si un troisième nombre était l'un des opérandes présentés auparavant lorsque ce nombre est le produit des « opérandes » plutôt que lorsque le nombre est neutre. Rusconi, Galfano, Sperani et Umiltà (2004) ont montré que ce phénomène peut être observé même lorsque le symbole de la multiplication n'est pas présenté. De plus, pour Galfano, Rusconi et Ultimà (2003) la simple présentation de deux nombres active non seulement le résultat de leur produit mais aussi leurs multiples voisins dans le réseau d'association. D'autres études montrent que les adultes rapportent utiliser d'autres procédures que la récupération pour résoudre des multiplications notamment les multiplications dont les opérandes sont de grands chiffres (e.g., *7 x 8* ; Campbell & Xue, 2001 ; Hecht, 1999 ; LeFevre et al., 1996). LeFevre, Sadesky et al. (1996) ont montré de façon plus précise que les adultes rapportaient récupérer directement 80% des essais, mais déclaraient aussi utiliser des règles (e.g., quelque chose multiplié par 0 égale 0), répéter des additions ($3 \times 2 = 3 + 3$), utiliser des séries de nombres (e.g., *3 x 5 = 5, 10, 15*) et des faits dérivés (e.g., $6 \times 7 = (6 \times 6) + 6$). Ces résultats sont en contradiction avec les théories qui postulent que la récupération est la seule procédure utilisée par les adultes pour résoudre des problèmes simples (Ashcraft, 1992 ; Campbell, 1995).

Tout comme les études sur l'addition, les résultats des études portant sur les multiplications ne sont pas clairs et ne permettent pas de trancher sur le type de multiplication dont le résultat peut être récupéré en mémoire à long terme.

III.3. Les soustractions

Contrairement aux multiplications et aux additions (au moins pour certaines d'entre elles), il ne semble pas exister pour les soustractions, de réseau d'association dans lequel retrouver le résultat. De telles opérations semblent donc être résolues uniquement par procédures de calcul (Dehaene & Cohen, 1997 ; Cohen & Dehaene, 2000 ; Thevenot & Barrouillet, 2006). Toutefois, pour ce type d'opération non plus, les résultats de la littérature ne sont pas consistants.

Les chercheurs sont arrivés à la conclusion que les problèmes soustractifs sont essentiellement résolus par procédures algorithmiques, excepté les problèmes impliquant de petits nombres. Seyler, Kirk et Ashcraft (2003) ont montré que les petites soustractions (comprenant des nombres) présentaient des temps de latence courts ainsi qu'un faible taux d'erreurs, ce qui est tout à fait en faveur d'une récupération de résultat en mémoire à long terme. En revanche, les soustractions plus grandes (i.e., le plus petit des opérandes supérieur ou égal 11) présentent des temps de latence et des taux d'erreurs beaucoup plus élevés, ce qui laisse penser que ces opérations ne sont pas traitées de façon homogène et qu'elles sont probablement résolues par le biais de stratégies reconstructives. Ces interprétations ont été confirmées par les protocoles verbaux de participants qui ont rapporté utiliser des stratégies de non récupération dans 3,2% des essais constitués de petits problèmes et pour 33,4% des essais considérés comme de grands problèmes. Toutefois, ces pourcentages sont considérablement plus faibles que ceux rapportés par Campbell et Xue (2001 ; 27% pour les petits problèmes et 58% pour les grands problèmes). Il existe donc de grandes différences dans les résultats rapportés dans la littérature ce qui entraîne des divergences entre les auteurs sur la façon dont de telles opérations sont résolues.

Cette revue de la littérature montre que d'une recherche à l'autre les résultats ne sont pas constants et ne permettent donc pas tirer de conclusions claires sur la façon dont sont résolues ces opérations. Comme nous l'avons vu, ces différences de résultats sont probablement dues aux différents paradigmes utilisés dans ces études. Il est alors nécessaire de proposer un nouveau paradigme d'étude qui permette de montrer de façon claire la manière dont sont résolus les différents types de problèmes arithmétiques et ainsi de répondre aux questions soulevées par les résultats que nous venons de citer. Dans notre travail, nous étudions la façon dont se comportent les participants adultes, de façon générale, en fonction de la taille des opérations et aussi en fonction de leur niveau de calcul ou plus précisément de leur habileté à résoudre des opérations. De plus, pour les soustractions, nous consacrerons une partie de notre travail à l'analyse des protocoles verbaux des sujets et nous examinerons si les résultats sont cohérents avec les données issues de notre paradigme de reconnaissances des opérandes.

IV. La distinction entre procédural et déclaratif.

La variété des stratégies observées en arithmétique cognitive dans la résolution d'opérations simples peut donc se décomposer en deux principaux types : les stratégies de récupération directe de la réponse en mémoire à long terme et les procédures de calcul. Cette distinction ne se limite pas à l'arithmétique cognitive, mais concerne tout le fonctionnement cognitif humain. Cette distinction rejoint celle établie par Anderson (1983, 1993 ; Anderson & Lebière, 1998) entre mémoire procédurale et déclarative. La récupération directe en mémoire serait possible grâce à l'activation de connaissances déclaratives, alors que les algorithmes de calculs seraient basés sur l'exécution de procédures. Groen et Parkman (1972) ont été les premiers à postuler l'existence de ces deux types de processus dans la résolution d'opérations arithmétiques. Chez les adultes, comme chez les enfants, ils ont observé l'effet de la taille des nombres dans la résolution d'additions élémentaires dont les sommes étaient inférieures à 9. Cet effet correspond au fait que le temps de résolution et le nombre d'erreurs augmentent lorsque les participants doivent résoudre de grandes opérations par rapport à des petites opérations, et ceci, que les opérations soient des additions, des soustractions ou des multiplications. Cet effet s'explique facilement en termes de processus de comptage : plus le nombre de pas (i.e., d'unité) pour arriver à la solution est important, plus le temps mis pour résoudre l'opération est long. Bien que ce modèle soit très plausible pour les enfants (Baroody, 1987 ; Carpenter & Moser, 1983 ; Fuson, 1982), il ne l'est pas pour les adultes dont la vitesse de résolution est difficilement compatible avec l'exécution d'une procédure de comptage. Groen et Parkman suggèrent alors que les adultes ne calculent pas mais récupèrent la réponse associée à la paire d'opérande directement en mémoire (e.g., *2 + 3 → 5*) (Ashcraft & Battaglia, 1978 ; Ashcraft & Fierman, 1982 ; Ashcraft & Stazyk, 1981 ; Siegler & Shrager, 1984 ; Svenson & Broquist, 1975). Les algorithmes de comptage seraient utilisés comme des stratégies de « renfort » (« backup strategy ») lors de difficultés temporaires (Fuson, 1982 ; Geary & Burlingham-Dubree, 1989 ; Logan & Klapp, 1991 ; Siegler & Shrager, 1984).

La procédure de récupération a souvent été étudiée par le biais de tâches de vérification (e.g., *2 x 6 = 14* ou *3 + 4 = 7 : vrai ou faux*) ou de production (*2 x 6 = ? ; 3 + 4 = ?*). Les adultes récupéreraient la plupart du temps directement en mémoire les faits numériques (*3 x 4 = 12 ; 6 + 2 = 8*) stockés dans un réseau d'associations interconnectées. La récupération de ces associations se ferait par le biais d'un mécanisme de propagation d'activation (Anderson, 1993 ; Sokol et al., 1991).

De nombreux faits empiriques sont en accord avec le modèle de récupération directe dans un réseau associatif : l'effet d'amorçage (Campbell, 1987a, 1987b, 1991) ; l'effet de distance (Zbrodoff & Logan, 1990) ; l'effet d'interférence (Hamann & Ashcraft, 1985 ;

LeFevre et al., 1988 ; Lemaire et al. , 1994 ; Lemaire, Fayol & Abdi, 1991) ; et l'effet de taille (Ashcraft & Battaglia, 1978 ; Parkman, 1972 ; Siegler, 1988a, 1988b ; Zbodroff, 1995).

Concernant l'effet d'interférence, dans le cas de l'addition, comme pour les multiplications, la proportion des erreurs ainsi que les temps de latence augmentent lorsque les sujets doivent juger des réponses fausses pour l'opération proposée mais correspondant à la réponse d'une autre opération (e.g., *2 x 7 = 9 : vrai/faux , 3 + 4 = 12 : vrai/faux ;* Stazyk, Ashcraft & Hamann, 1982 ; Zbodroff & Logan, 1986). Ce type de confusion associative suggère que les faits additifs sont représentés dans un réseau interconnecté dans lequel les faits multiplicatifs sont inclus.

L'examen des différents effets retrouvés dans la littérature confirme que les opérations possèdent à la fois une composante procédurale et une composante déclarative, cette dernière serait dominante au moins chez les adultes. Cette distinction trouve son origine dans le développement des activités numériques et leur apprentissage.

Chapitre III - Apprentissage et développement

L'étude de la résolution des opérations arithmétiques est un domaine de recherche qui c'est rapidement développé au sein de la psychologie cognitive. Ces recherches portant sur l'utilisation des stratégies mises en place par les enfants pour résoudre des opérations simples comme des additions, des soustractions ou des multiplications, fournissent une opportunité de comprendre comment les habiletés cognitives et les stratégies évoluent et se modifient au cours du développement (Siegler, 1996). Plusieurs modèles ont été proposés (e.g., Groen & Parkman, 1972 ; Siegler & Shipley, 1995) et un grand nombre d'entre eux, basés sur l'étude de l'exactitude des réponses et les temps de latence ont permis d'inférer les stratégies utilisées lors de la résolution de ces opérations (Svenson, 1975 ; Woods, Resnick, & Groen, 1975).

I. Les additions

Groen et Parkman (1972) sont parmi les premiers à s'être interrogés sur la façon dont les enfants et les adultes résolvent les additions constituées de chiffres. Ils postulent que même les sujets adultes recourent quelquefois à des procédures de comptage plutôt qu'à la récupération afin de résoudre de tels problèmes. Les résultats des auteurs montrent que, chez les élèves de cours préparatoire comme chez les adultes, la résolution d'additions simples de type $m + n$ (e.g., $4 + 4$) et de somme inférieure à 9 fait apparaître un effet de la taille du plus petit des opérandes. Cet effet peut être expliqué par une procédure de comptage qui s'amorcerait par le plus grand des deux termes (m) et se poursuivrait par l'ajout du nombre d'unités correspondant au second opérande (i.e., le plus petit des deux termes) par pas de un.

Ce modèle, dit du « minimum à additionner » ou de la « min stratégie », permet de prédire les temps de résolution des adultes et des enfants à condition de traiter les doubles, (e.g. *3 + 3*, *6 + 6*) dont les temps de réponse ne diffèrent pas de façon significative, à part. Bien que les données sur les adultes semblent aller dans le sens de la « min stratégie », Groen et Parkman semblent réticent à conclure que les adultes utiliseraient cette stratégie de façon préférentielle. Une des raisons est qu'ils pensent peu plausible le fait que les adultes échouent à mémoriser les faits additifs après tant d'années de pratique. La seconde raison concerne la vitesse à laquelle se déroulerait le comptage (20 ms par incrémentation contre 400 ms pour les enfants). En effet, Groen et Parkman remarquent qu'il suffit qu'un adulte recourt au comptage dans 5% des cas et récupère directement en mémoire dans tous les autres cas pour obtenir ce résultat. Ils ont donc suggéré que les adultes ne calculeraient plus mais retrouveraient directement en mémoire les faits numériques. Selon cette conception, les enfants auraient d'autant plus recours au comptage qu'ils sont jeunes, et l'évolution se ferait en allant progressivement vers la récupération (Baroody, 1987 ; Carpenter & Moser, 1983 ; Fuson, 1982). Se pose alors le problème des mécanismes permettant le passage d'une connaissance procédurale à une connaissance déclarative.

L'observation des jeunes enfants soumis à un problème de type *4 + 2 = ?* montre que si la stratégie du minimum à additionner est importante, elle est précédée par un ensemble de stratégies très diversifiées. La découverte de cette stratégie par les enfants est longue et son utilisation ne se généralise que vers 6 ans. Baroody et Ginsburg (1986) se sont intéressés aux procédures mises en œuvre par les enfants de 4 – 5 ans et ont distingué cinq catégories de stratégies :

- le comptage effectif de tous les éléments (« *concrete counting all* »). L'enfant représente chaque nombre du problème par les doigts puis, compte l'ensemble des doigts en commençant par 1. Pour résoudre *3 + 5*, l'enfant compte 3 doigts sur une main puis 5 sur l'autre et dénombre ensuite l'ensemble de la collection ;

- tout compter en commençant par le premier terme proposé (« *counting on starting with the first addend* »). Cette procédure est plus complexe car il y a à la fois incrémentation par pas de 1 et comptage du nombre d'unités correspondant au second terme. Par exemple *2 + 3* est résolu en comptant 1, 2 puis 3 (+*1*), 4 (+*2*), 5 (+*3*) ;
- compter à partir du premier terme (« *counting on from the first addend* »). L'enfant commence par le cardinal du premier terme puis incrémente par pas de 1 du nombre d'unités contenues par le second. Il n'y a plus l'étape d'amorçage du comptage à partir de 1, *3 + 4* est résolu en commençant par 3, 4 (+*1*), 5 (+*2*), 6 (+*3*), 7 (+*4*) ;
- tout compter en commençant par le plus grand des deux termes (*« countig all starting with the larger term »*). L'enfant commence à compter le plus grand des deux termes et ajoute, par pas de 1 le second terme ;
- compter à partir du plus grand des deux termes (*« counting from the larger term »*). L'enfant compte à partir du cardinal du plus grand des deux termes puis incrémente par pas de un le nombre d'unités contenues dans le second terme. Ainsi, *3 + 4* sera compté 4, 5 (+*1*), 6 (+*2*), 7 (+*3*). Cette stratégie correspond au modèle du « minimum à additionner » de Groen et Parkman (1972).

Les travaux de Baroody et Ginsburg (1986) tendent à montrer que les enfants utiliseraient majoritairement les stratégies dans l'ordre présenté. Tout semble se passer comme si le jeune enfant mobilisait des stratégies de résolution de moins en moins coûteuses sur le plan cognitif. Cette évolution serait rendue possible principalement grâce à la connaissance de la chaîne numérique (i.e., le nom des nombres dans l'ordre correct), et à la coordination des deux activités de déroulement de la chaîne numérique et de pointage de chaque élément pris tour à tour jusqu'à ce que tous aient été considérés une fois et une seule (Potter & Levy, 1968).

Ainsi, les stratégies évoluent avec la pratique, de l'algorithme de comptage à la récupération directe en mémoire (Barrouillet & Fayol, 1998 ; Siegler, 1996). À son entrée à l'école primaire, l'enfant a donc déjà une longue expérience de la pratique de l'addition et a développé diverses stratégies. Ces stratégies ne sont pas enseignées aux enfants, mais découvertes par eux (Siegler et Jenkins, 1989). De toutes celles-ci, la plus rapide et la plus sûre est la récupération directe du résultat en mémoire. La pratique répétée du comptage devrait amener les enfants à passer d'une résolution procédurale à une résolution à dominante déclarative. La principale hypothèse invoquée pour rendre compte de ce changement de stratégie de résolution est que la pratique répétée du comptage conduit à mémoriser des associations entre les opérandes et le résultat. Lorsque cette association est suffisamment forte, le résultat serait directement activé par la présentation des opérandes et récupéré en mémoire (Ashcraft, 1992). La plupart des conceptions relatives à l'évolution de la résolution des additions au cours de la scolarité considèrent que les enfants passent d'une résolution à dominante procédurale à une résolution par récupération directe en mémoire des faits numériques vers l'âge de 8 ans (Ashcraft et Battaglia, 1978 ; Ashcraft et Fierman, 1982 ; Ashcraft et Stazyk, 1981 ; Siegler et Shrager, 1984 ; Svenson et Broquist, 1975). Les algorithmes de comptage resteraient toutefois disponibles et serviraient alors de stratégies de remplacement (*« back up strategies»*) en cas de difficulté temporaire.

En résumé, la résolution des additions simples par les jeunes enfants est basée sur le comptage ou d'autres stratégies procédurales, puis ces procédures sont peu à peu remplacées par la récupération directe en mémoire (Ashcraft, 1992 ; Barrouillet & Fayol, 1998 ; Campbell & Oliphant, 1992 ; Lemaire, Barrett, Fayol, & Abdi, 1994 ; Siegler, 1996 ; Widaman, Little, Geary, & Cormier, 1992 ; Widaman & Little, 1992 ; pour une revue voir Geary, 1994). Comme nous venons de le voir, Groen et Parkman (1972) ont été les premiers à proposer cette explication en se basant sur l'analyse des temps de latence chez les enfants et les adultes. Nous allons examiner ce qu'il en est pour les soustractions puis, pour les multiplications.

II. Les soustractions

La diversité des stratégies que nous venons d'exposer pour l'addition apparaît encore plus marquée pour la soustraction tout en observant les mêmes grandes classes de résolution. Les stratégies de comptage sont les premières stratégies utilisées par les enfants. Elles incluent l'utilisation d'objets manipulables, les doigts et le comptage verbal. C arpenter et Moser (1984) ont décrit trois stratégies principales. La première de ces stratégies consiste à retirer le nombre à soustraire d'un ensemble d'objets. Par exemple, pour résoudre *6 – 2*, l'enfant retirera 2 objets des 6 représentés. Cette stratégie est appelée « *separate from* » (séparer de). La seconde consiste à représenter le plus petit des deux nombres par le nombre d'objets correspondant puis d'ajouter le nombre d'objets nécessaires pour atteindre le cardinal du plus grand des deux termes, le nombre d'objets ajoutés correspondant au résultat (« *adding on* »). L'enfant placera donc 2 objets puis ajoutera des objets jusqu'à obtenir un ensemble de 6. La dernière consiste à faire correspondre les deux ensembles d'objets (6 et 2) terme à terme puis à compter les objets isolés.

La première étude consacrée aux stratégies utilisées par les enfants pour résoudre de petites soustractions (i.e., à un chiffre) réalisée par Woods, Resnick et Groen (1975) met en évidence deux stratégies de comptage verbal. Ces auteurs montrent que les enfants procèdent parfois par incrémentation parfois par décrémentation selon que la méthode se révèle plus ou moins rapide. La décrémentation ou la stratégie du « *counting down* » consiste à résoudre l'opération en partant du plus grand des deux termes et à compter à rebours (i.e., en descendant) le nombre de pas correspondant au second opérande (*5 – 2 : 4 (-1), 3 (-1)*, le résultat est *3*). Cette stratégie consiste donc à compter à partir du premier des deux opérandes. L'incrémentation ou la stratégie du « *counting up* » consiste quant à elle à compter, à partir du plus petit des deux opérandes, le nombre de pas nécessaires pour atteindre le nombre le plus grand (*5 – 2 = 3 (+1), 4(+1), 5(+1)*, le résultat est *3*). Cette stratégie semble être plus fréquemment utilisée (Siegler, 1989) car son coût cognitif est plus faible que la décrémentation qui nécessite à la fois un comptage à rebours, tâche difficile pour les enfants, et le contrôle du nombre de pas comptés. L'utilisation de l'une ou l'autre de ces stratégies dépend notamment de la taille des nombres (Svenson & Hedenborg, 1979). Woods et al. (1975) montrent que les problèmes impliquant des doubles (e.g., *3 – 3*) et des doubles inverses (e.g., *8 – 4* ou *6 – 3*) sont résolus plus rapidement et donnent lieu à moins d'erreurs que les autres types de problèmes.

La dernière stratégie est donc celle de la récupération directe en mémoire. Geary et al. (1993) ont montré que les temps de résolution des soustractions ainsi que le taux d'erreur augmentaient avec la taille des nombres. Pour ces auteurs, cet effet de taille habituellement observé pour les opérations résolues par récupération directe (Ashcraft & Battaglia, 1978, Campbell, 1987a et b) serait en faveur de l'existence d'un réseau des faits soustractifs en mémoire à long terme. Barrouillet et Fayol (1998) ont montré que des petites soustractions (i.e., second opérande compris entre 1 et 4) sont résolues par récupération directe, ce qui permet d'inférer cette stratégie au moins pour certaines opérations.

Comme pour l'addition, la fréquence d'utilisation des stratégies de comptage diminue au cours du développement, mais cette évolution semble se faire beaucoup plus lentement pour la soustraction. Les auteurs remarquent par d'ailleurs que les participants utilisent, au cours de la même séance, des procédures de résolution variées. Siegler (1989) montrent la quasi totalité des enfants de CE1 et CM1 (i.e., 99%) utilisent au moins deux stratégies pour résoudre des soustractions dont les opérandes sont compris entre 5 et 17 et que 41% d'entre eux en utilisent au moins cinq ! D'autre part, Siegler (1989) rapporte également des stratégies faisant appel à la récupération en mémoire de faits additifs pour résoudre des soustractions (e.g, *7 – 3 = ?*, je sais que *4 + 3 = 7* donc *7 – 3 = 4*). Ces stratégies contribueraient plutôt à renforcer les faits additifs que soustractifs. D'ailleurs, Barrouillet, Mignon et Thevenot (2008) montrent que les enfants de CE2 utilisent plus fréquemment la résolution algorithmique que la récupération pour les soustractions (dans 53% des cas) alors que c'est l'inverse pour les additions au même âge (35%). D'autre part, ces mêmes auteurs montrent que les stratégies algorithmiques utilisées par les enfants sont beaucoup plus lentes pour les soustractions que pour les additions, ce qui peut expliquer un retard dans la constitution des faits soustractifs.

Ainsi, même si le développement des procédures de résolution des soustractions semble suivre approximativement celui des additions, les faits recueillis laissent entrevoir une plus grande complexité et diversité Seyler, Kirk et Ashcraft (2003) ont d'ailleurs montré, dans leur étude, un changement des résultats en terme de TR et d'erreurs à partir de 11. Pour ces auteurs, ce fait signale un changement important dans les processus entre petites et grandes soustractions. Les petites soustractions (i.e.,en dessous de 10) présentent des temps de résolution courts et un faible taux d'erreur et de variabilité, ce qui est totalement en faveur de la récupération en mémoire à long terme, contrairement aux résultats des grandes soustractions, qui eux sont en faveur d'une résolution procédurale.

En résumé, tout comme les additions, les soustractions simples sont résolues par les jeunes enfants à l'aide du comptage s'exerçant d'abord sur du matériel manipulable puis sur les doigts et enfin, par le matériel verbal. Les procédures algorithmiques laissent ensuite la place à une récupération directe de résultat en mémoire. Cependant, la récupération de ces faits numériques semble plus fréquente pour l'addition que pour la soustraction, qui demeurerait principalement résolue par comptage.

III. Les multiplications

Contrairement aux deux opérations précédentes, la multiplication ne semble pas se développer de manière spontanée et fait donc l'objet d'un apprentissage scolaire spécifique. Cependant, si les multiplications simples sont acquises par apprentissage par cœur des tables (Geary, 1994) et donc résolues principalement par récupération directe du résultat, d'autres procédures de résolution ont été décrites. Au départ, les enfants utilisent par exemple la répétition d'additions (e.g., *3 x 4 = 4 + 4 + 4*) ou des séquences de comptage (e.g., *3 x 5 = 5, 10, 15*) pour résoudre des multiplications simples, mais finalement la récupération semble être la stratégie la plus fréquemment utilisée (Lemaire & Siegler, 1995 ; Manly & Spoehr, 1999; Mabbott & Bisanz, 2003). Une étude sur les multiplications rapporte que les enfants de CE2 utilisent la récupération dans 55% des essais et 74% en CE1 (Cooney, J.B., Swanson, H.L., & Ladd, S.F., 1988). Dans une étude similaire, Mabbott et al. (2003) rapportent qu'au CE2 les enfants récupèrent les faits multiplicatifs pour 67% des essais et pour 88% en 6ème. Bien entendu cette augmentation du nombre d'items récupérés n'est pas la seule source de progrès enregistré. La précision et les temps de résolution s'améliorent car avec la pratique les enfants acquièrent une meilleure habileté dans l'utilisation des procédures et/ou la récupération est de plus en plus rapide.

Des études ont mis en évidence, lors de tâche de production, des erreurs correspondant exactement au résultat de l'addition des deux mêmes termes (e.g., *6 x 3 = 9*). De même, un ralentissement des temps de vérification a été constaté lors de la présentation du même type de réponses erronées (e.g., *6 + 2 = 12, vrai, faux ?*) (Campbell, 1987a et b ; Hamann & Aschraft, 1985 ; Lemaire et al., 1994). Ces résultats mettent en évidence ce que l'on appelle un effet d'interférence entre la multiplication et l'addition, ce qui est un argument qui permet d'inférer la récupération en mémoire des faits multiplicatifs.

En résumé, la résolution des multiplications nécessite un apprentissage particulier, contrairement aux additions et soustractions qui sont résolues de façon intuitive et avant tout apprentissage formel. Cependant, même si ce type d'apprentissage par cœur limite le développement du nombre de stratégies auxquelles les enfants ont recours en cas d'échec de la récupération, il n'en interdit pas moins leur apparition. Smith-Chant et LeFevre (2003) montrent que les adultes peuvent toujours y recourir, comme c'est le cas pour les autres opérations. Même si le développement de la multiplication présente des similitudes avec celui des deux autres opérations, la constitution d'un réseau abouti de faits multiplicatifs en mémoire semble être beaucoup plus précoce que pour les autres opérations, et les résultats de De Brauwer, Verguts et Fias (2006) montrent que dès la sixième les performances des enfants sont identiques à celle des adultes. Dehaene et Cohen suggèrent que les multiplications (et quelques additions) seraient stockées sous un format uniquement verbal, tout comme les récitations apprisent par cœur pendant la scolarité primaire.

III. Les modèles développementaux : à la recherche des processus

L'étude des stratégies de résolution des opérations arithmétiques ainsi que l'identification des processus cognitifs a conduit à l'élaboration de modèles de développement. Ces modèles permettent généralement de rendre compte des effets les plus robustes rapportés dans la littérature concernant la résolution de problèmes additifs simples. Les trois effets rapportés permettent de faire des inférences sur les représentations mentales ainsi que sur les processus cognitifs sous-tendant les performances arithmétiques :

- L'effet de la taille *ou* difficulté du problème se manifeste par un allongement des temps de résolution et un accroissement des taux d'erreurs avec l'augmentation de la taille des opérandes composant le problème ; les problèmes constitués des grands opérandes sont plus longs et difficiles à résoudre que les problèmes ayant des opérandes plus petits. Ceci a été observé sur les problèmes additifs et multiplicatifs.

- Le type d'erreurs permet de tirer des conclusions à propos de l'architecture de système de traitement arithmétique.
- Les effets d'interférence sont mis en évidence par des temps de réponse anormalement longs et variables sur certains problèmes. Ces effets sont liés à des confusions entre les opérations (e.g., vérifier *5 + 4 = 20* prend plus de temps et entraîne plus d'erreurs que vérifier *5 + 4 = 17* car dans le premier cas, la réponse correspond au résultat correct de la multiplication analogue), et aux erreurs de table pour une même opération (e.g., répondre « *21* » ou « *35* » au problème *7 x 4).*

L'interprétation de ces différents effets dépend des processus que l'on suppose agir dans la résolution des problèmes arithmétiques simples, elle est donc différente en fonction du modèle théorique proposé. Nous allons exposer de façon synthétique ces modèles.

III.1. Un modèle de comptage ou computationnel

Selon ces modèles, il existerait une continuité entre les processus de comptage externes et les processus utilisés par les adultes. La résolution d'une opération arithmétique simple s'effectuerait par construction du résultat à partir de l'utilisation de règles itératives.

Ainsi Groen et Parkman (1972 ; Parkman & Groen, 1971 ; Suppes et Groen, 1967) postulent l'existence d'un compteur mental interne. Celui-ci serait initialisé par le plus grand des deux nombres de l'opération et incrémenté par pas de un de la valeur du plus petit des deux opérandes, c'est ce que l'on appelle modèle du min (m, n). Conformément aux prédictions de ce modèle et comme déjà évoqué plus haut, les auteurs observent que c'est le minimum des deux nombres à additionner qui rend le mieux compte des temps de réaction observés : le temps nécessaire à la résolution des additions est fonction de la taille du plus petit des opérandes. Groen et Parkman observent que pour les enfants de CP, la taille du plus petit opérande rend compte de 70% de la variance observée sur les temps de résolution des additions inférieures à 10.

Cependant, deux observations amènent les auteurs à reconsidérer leur conception. En premier lieu, les temps de réponse pour les additions de paires égales (e.g., $3 + 3 = 6$) n'ont pas la même pente de régression que celle obtenue avec les autres problèmes. En effet, dans ce cas, la durée ne varie pas avec la taille des problèmes. En deuxième lieu, cette stratégie de comptage pratiquée pendant l'apprentissage est peu probable chez les adultes dont les performances montrent une résolution des additions vingt fois plus rapide que chez les enfants. Ces faits suggèrent aux auteurs une nouvelle hypothèse (Groen & Parkman, 1972). Ils proposent un modèle mixte dans lequel certains résultats (notamment les doubles) seraient stockés en mémoire à long terme et récupérés par un processus d'accès direct aussi bien par les enfants que par les adultes. Ce processus serait davantage automatisé et plus fréquemment utilisé par les adultes (95% des cas, Parkman, 1972), le comptage n'intervenant qu'en cas d'échec de la récupération. Ashcraft (1982) a d'ailleurs établi que le meilleur prédicteur des temps de réaction chez les adultes est la somme des deux opérandes élevée au carré, ce qui serait le reflet d'une stratégie de récupération directe du résultat en mémoire.

En conclusion, il existe des problèmes pour lesquels une solution reconstructive est adoptée (i.e., par comptage) et d'autres pour lesquels la réponse est directement récupérée en mémoire à long terme. Plusieurs modèles ont été élaborés pour essayer de rendre compte du fonctionnement de cette récupération.

III.2. Les modèles de récupération (déclaratifs)

Certains auteurs ont donc postulé que les performances des adultes à ce type de problèmes simples s'appuyeraient exclusivement sur l'utilisation de procédures liées à des règles ou que l'ensemble des faits arithmétiques serait exclusivement récupéré dans une mémoire à long terme constituée pendant l'enfance et l'adolescence par la répétition des tables dans les cours d'arithmétique. Petit à petit, un consensus est apparu autour de l'idée que, si les procédures de comptage sont largement utilisées lors de l'acquisition initiale des faits arithmétiques, elles sont progressivement remplacées par la récupération des résultats en mémoire à long terme. De manière générale, ces conceptions postulent que les faits arithmétiques sont stockés sous forme de réseau. Retrouver le résultat d'une opération nécessite de parcourir une certaine distance dans le réseau, ce qui détermine l'accès au résultat.

Deux grands types de modèles dans l'organisation des faits arithmétiques en mémoire à long terme sont rencontrés : les modèles de « recherche dans une table interne » ou modèles tabulaires, et les modèles en réseaux associatifs. Le premier modèle (Ashcraft & Battaglia, 1978 ; Geary, Widaman, & Little, 1986) postule que les faits additifs et multiplicatifs simples (i.e., deux opérandes à un chiffre) sont stockés en mémoire à long terme sous forme de tableau à double entrée. Dans ce tableau, les lignes et les colonnes correspondent aux opérandes, et la réponse à chaque problème est située à l'intersection de la ligne et de la colonne correspondant à chaque opérande. Dans la figure 3, on peut voir une représentation de la recherche dans ce type de système de la réponse à l'opération *7 + 8 = ?*

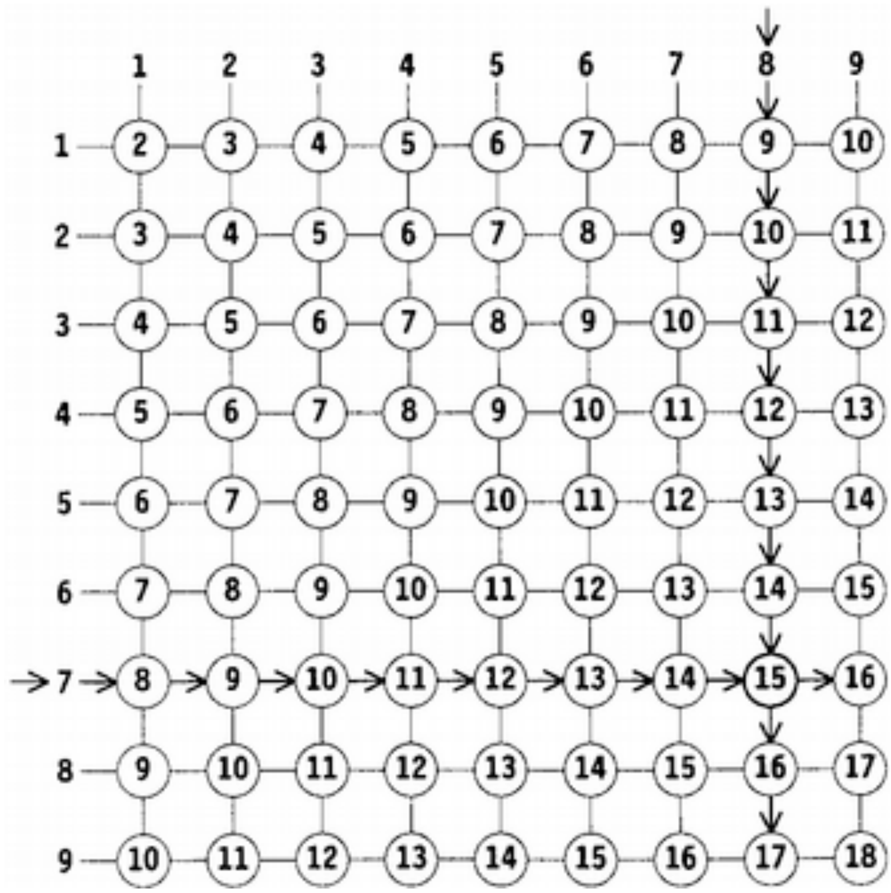

Figure 1. Le modèle en Réseaux d'Ashcraft

D'après ce modèle, le processus de récupération est celui de l'activation diffusante (Anderson, 1983). Les deux opérandes sont activés, l'activation se diffuse le long des lignes et des colonnes jusqu'à leur intersection, c'est-à-dire jusqu'à ce que le résultat soit activé.

Dans ce modèle, les enfants commencent par utiliser le comptage puis, avec l'expérience, les associations entre les problèmes et leurs réponses se forment, deviennent de plus en plus fortes et lorsque cette force d'association est suffisante, la récupération en mémoire à long terme de la réponse devient alors possible. Ils passent ainsi progressivement, au cours du développement, de l'utilisation d'une stratégie avec aide externe à l'utilisation de la récupération.

Ces premiers modèles, essentiellement construits sur la base de travaux menés chez les adultes, ont fait l'objet de plusieurs remaniements. En effet, les travaux menés chez les adultes suggèrent qu'il n'est pas nécessaire de postuler un réseau aussi structuré.

À partir des travaux menés chez les enfants, plusieurs modèles en réseaux associatifs ont été proposés par différents auteurs (Ashcraft, 1987 ; Ashcraft & Fierman, 1982 ; Campbell, 1987a ; Campbell & Graham, 1985) qui n'assignent pas au réseau une configuration précise du type table d'addition ou de multiplication. Selon ces auteurs, les problèmes sont représentés en mémoire par des nœuds associés à la réponse correcte, mais aussi à d'autres réponses incorrectes. La récupération du résultat correct dépend à la fois de la force associative entre problème et réponses et du niveau d'activation parvenant à ce résultat. Ce niveau doit dépasser celui qui parvient aux résultats incorrects, qui sont alors inhibés. Par exemple, si l'association entre *6 x 8* et *48* est plus forte que les autres (*46, 56, 54, 42…)* en mémoire, le résultat (*48*) sera le plus activé. Le sujet répondra alors *« vrai »* ou *48*, en fonction de l'épreuve. En revanche, si *3 + 4* est plus fortement associé en mémoire à 15, 12 ou 16, le sujet fournira l'une de ces réponses, soit répondra faux.

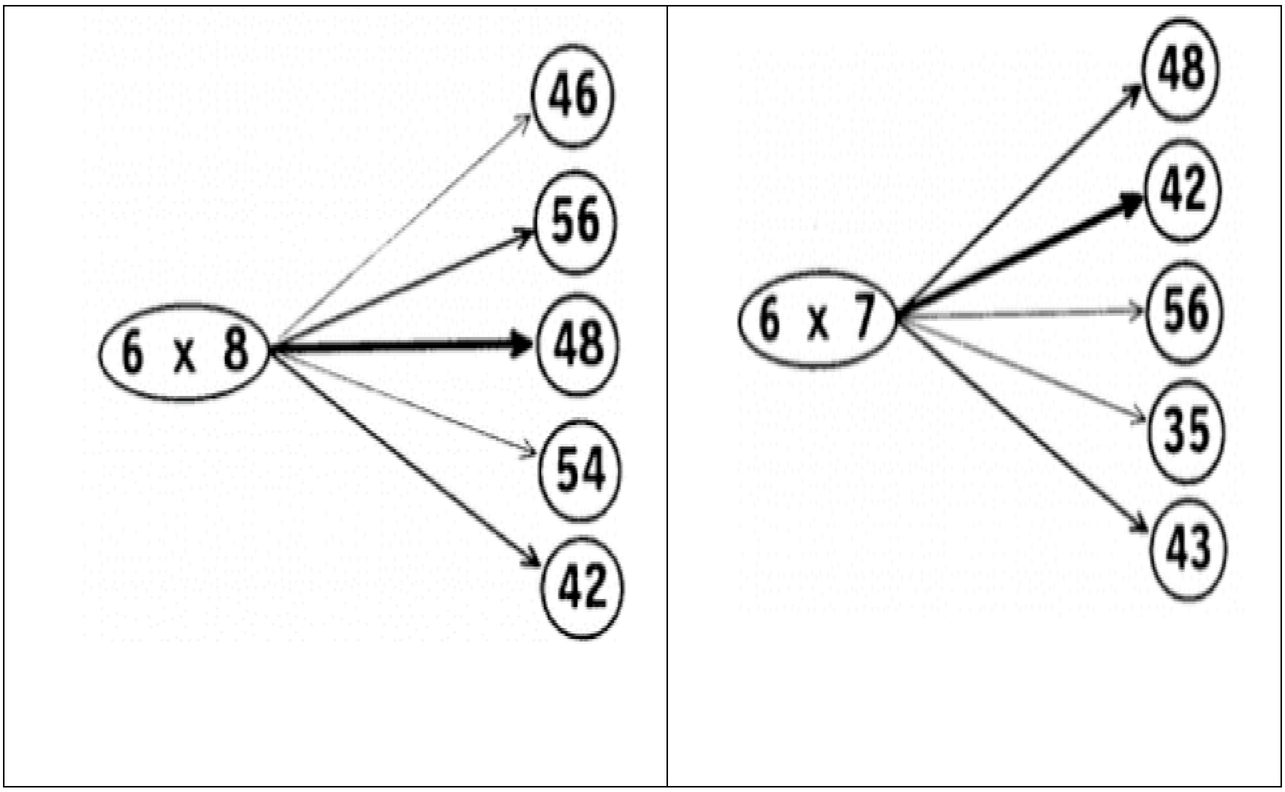

Figure 2. Un exemple de modèle en réseau : le modèle des interférences de Campbell.

L'avantage d'une stratégie de récupération du résultat stocké dans un réseau mémoire est très certainement sa rapidité. En revanche il peut s'en suivre des « confusions associatives » (Stazyk, Ashcraft & Hamann, 1982 ; Winkelman & Schmidt, 1974 ; Zbrodoff & Logan, 1986) ou « interférences » (Campbell, 1987*a*, 1987*b* ; Campbell & Graham, 1985).

La limite principale de ce modèle provient du fait qu'il ne prend pas en compte le développement. Ainsi, il ne postule jamais l'utilisation de stratégies avec aide externe. Pour les partisans de ces deux types de modèles déclaratifs, les adultes résolvent les faits arithmétiques exclusivement par récupération en mémoire à long terme, alors que les enfants auraient recours au comptage et le plus souvent à la stratégie du *min*. Or, comme nous l'avons vu, les habiletés arithmétiques simples peuvent mettre en jeu un recours à la fois à des connaissances procédurales (i.e., comptage, utilisation de règles et procédures ; Baroody, 1983, 1984) et à des connaissances déclaratives (i.e., récupération). L'évolution semble se caractériser par un changement progressif des proportions relatives de recours à l'une ou l'autre de ces connaissances. Il convient de se demander alors quels sont les mécanismes permettant le passage d'une résolution à l'autre.

Le problème des choix des stratégies de résolution de problèmes arithmétiques dans une perspective de développement a été particulièrement étudié par Siegler et ses collaborateurs.

III.3. Les modèles mixtes

L'un des premiers modèle qui ait intégré la notion de variabilité stratégique pour expliquer les performances arithmétiques est le modèle de distribution des associations de Siegler (Siegler, 1988 ; Siegler & Jenkins, 1989 ; Siegler & Shrager, 1984). Ce modèle partage plusieurs traits avec les deux modèles précédents comme, par exemple, la représentation des informations dans un réseau associatif, l'existence d'associations à travers les opérations arithmétiques, et le rôle de la fréquence de présentation des problèmes en tant que facteur influençant l'apprentissage. Toutefois, ce modèle présente une différence majeure avec les autres approches : il considère la variabilité des réponses et des stratégies comme une caractéristique centrale du fonctionnement cognitif humain. En effet, les modèles précédents n'indiquent pas comment les personnes en viennent à utiliser une stratégie un jour, et une autre le lendemain. Selon ce modèle, chaque problème est associé à plusieurs réponses (i.e, la réponse juste et des réponses fausses). La distribution de la force des associations problème/réponses détermine l'utilisation de la stratégie de récupération. Lorsqu'une réponse spécifique est fortement associée à un problème, son degré d'activation est suffisamment important pour que cette réponse soit directement récupérée en mémoire. À défaut d'une activation suffisamment importante de la réponse, les enfants ont recours à une stratégie de repli c'est-à-dire à une « *backup* » stratégie (e.g., la stratégie du *min* ou celle du compter tout (« *counting all* »)). Au fur et à mesure de l'apprentissage, les associations problème/réponse correcte deviennent de plus en plus fortes, les réponses sont alors directement activées, d'où l'utilisation de plus en plus fréquemment de la récupération par les enfants.

Bien que ce modèle permette de comprendre que la distribution des associations se développe en fonction de l'expérience cumulée par l'utilisation des stratégies procédurales et la récupération, il ne permet pas, en revanche, de comprendre comment le choix entre les différentes stratégies procédurales s'opère et pourquoi celles-ci deviennent de plus en plus rapides et efficaces (LeFevre & al., 1996).

Ce modèle a donc été modifié et une nouvelle version mettant davantage l'accent sur la sélection stratégique a été proposé : le modèle de l'adaptation des choix stratégiques (« Adaptative strategy choice model » ou ASCM, Siegler & Shipley, 1995). L'objectif de ce modèle est d'expliquer les mécanismes, responsables de la sélection et de l'exécution stratégiques, qui permettent d'améliorer les performances en termes de vitesse et de précision.

Il suppose que chaque exécution stratégique donne lieu au stockage en mémoire à long terme d'informations sur la vitesse et la précision de chaque stratégie. Selon ASCM, les choix stratégiques sont essentiellement déterminés par les performances passées pour chaque stratégie de façon générale et pour chaque problème. Enfin les stratégies sont choisies proportionnellement à leur efficacité, c'est-à-dire par rapport aux bénéfices apportés par une stratégie relativement aux autres. Bien que ces modèles permettent de comprendre comment le choix entre les différentes stratégies procédurales s'effectue, ils n'expliquent pas l'apparition de nouvelles stratégies.

Tous les modèles décrivent le développement comme une progression de l'utilisation de différentes stratégies procédurales à une stratégie unique considérée comme plus rapide et plus efficace : la récupération des faits numériques en mémoire à long terme. Or nous avons vu que certains résultats expérimentaux ne confirment pas cette hypothèse. Ces contradictions avec les résultats de la littérature pourraient trouver leur source dans l'utilisation de méthodes qui ne sont pas toujours adaptées aux buts recherchés.

Chapitre IV – Présentation du travail empirique

I. Introduction : pourquoi un nouveau paradigme ?

Nous venons de voir que les études menées chez les adultes comme chez les enfants conduisaient à des résultats contradictoires, et ceci quelle que soit l'opération concernée (addition, soustraction ou multiplication). Cette variabilité entre les résultats d'études portant sur la mise en évidence des stratégies utilisées pour la résolution des opérations arithmétiques simples pourrait trouver son origine dans l'utilisation de méthodes qui ne seraient pas toujours adaptées aux buts recherchés. Ainsi, les temps de résolution constituent une mesure classique, à partir de laquelle les stratégies des enfants et des adultes sont inférées (Groen & Parkman, 1972, par exemple). Cependant, cette méthode a été critiquée, notamment par Siegler (1987, 1989) qui a montré que moyenner des temps de résolution de différents essais impliquant différentes stratégies pouvait conduire à des conclusions erronées sur la façon dont les problèmes sont résolus. En effet, les adultes comme les enfants utilisent plusieurs stratégies pour résoudre des problèmes arithmétiques simples. Regrouper des données générées par différentes stratégies ne reflète donc pas avec précision les caractéristiques de chacune d'entre elles. La méthode des protocoles verbaux est donc préférée par certains auteurs (e.g., LeFevre, Sadesky, et al., 1996). Elle consiste à demander aux participants d'expliquer, après coup, comment ils ont procédé pour résoudre un problème. Cette méthode a également été largement critiquée, tant en psychologie cognitive en général (Ericsson & Simon, 1993, par exemple) que dans le domaine de l'arithmétique (Kirk & Ashcraft, 2001). En effet, des processus automatiques ou surentraînés, comme la récupération de faits arithmétiques en mémoire, ne seraient pas accessibles à la conscience. De plus, la production de protocoles verbaux pourrait altérer les processus mentaux normalement mis en œuvre. Enfin, le fait de demander aux individus de relater leurs stratégies pourrait leur permettre d'inférer les hypothèses testées par l'étude et ainsi affecter leur comportement.

Pour éviter ces biais potentiels, nous avons développé un paradigme qui ne repose ni sur l'analyse des temps de résolution, ni sur des protocoles verbaux et qui, de plus, n'attire pas l'attention des participants sur le but de la recherche (Thevenot, Fanget, & Fayol, 2007 ; Thevenot, Castel, Fanget, & Fayol, sous presse).

II. Justification théorique du paradigme : pourquoi une utilisation fréquente d'algorithmes ne conduit pas obligatoirement à une récupération directe du résultat en M.L.T. ?

Nous avons vu qu'une acquisition précoce et une utilisation fréquente d'algorithmes lors de la résolution d'opérations ne conduisent pas nécessairement à une récupération systématique et automatique de la réponse en mémoire. Cette absence de récupération peut résulter de faibles associations entre certains opérandes et la réponse correspondante, ce qui réduit les chances d'une récupération rapide et fiable (Siegler & Shrager, 1984).

En effet, le stockage des associations entre les opérandes et la réponse demande qu'une attention simultanée se porte sur ces trois nombres (Logan, 1988). Ainsi, atteindre la réponse tout en maintenant les opérandes en mémoire de travail peut conduire au stockage d'une nouvelle instance en mémoire (Logan, 1988) ou d'un nouveau *chunk* (Anderson, 1993), qui est un moyen d'organiser un ensemble d'éléments en unités de mémoire à long terme. Toujours selon Anderson (1993), chaque *chunk* est constitué d'un nombre limité d'éléments (approximativement 3 ; Ryan, 1969). Des solutions récurrentes au même problème peuvent soit augmenter le nombre d'instances disponibles en mémoire (Logan, 1988), soit renforcer les liens qui associent ces trois nombres (Anderson, 1988). Dans les deux cas, le renforcement des associations dans le *chunk* ou la constitution de nouvelles instances disponibles en mémoire dépendent en amont des ressources attentionnelles apportées simultanément à ces trois nombres (i.e., les deux opérandes et la réponse associée).

Le stockage de ces connaissances en mémoire résulte initialement de la mise en œuvre de stratégies algorithmiques (Logan, 1988 ; Siegler, 1996). Ces stratégies sont cognitivement coûteuses et leur exécution est plutôt lente, surtout chez les jeunes enfants (Siegler, 1996). Le temps nécessaire pour que l'algorithme parvienne à la réponse et son coût cognitif conduisent à réduire le niveau d'activation des opérandes en mémoire. Cette dégradation serait le résultat à la fois d'un déclin mémoriel des traces lié à des périodes de rétention longues (Towse & Hitch, 1995 ; Towse, Hitch, & Hutton, 1998), et de l'activation concurrente de résultats transitoires, qui provoque un partage de l'attention entre les opérandes, leurs composantes et les résultats intermédiaires nécessaires pour arriver à la solution (Anderson, 1993). Par conséquent, l'ensemble des éléments nécessaires au stockage des associations n'est plus intégralement disponible et, lorsque l'algorithme aboutit à la réponse, les traces des opérandes peuvent être trop dégradées pour assurer un stockage correct en mémoire. Ce phénomène devrait être plus prononcé pour les grands nombres car arriver au résultat nécessite davantage d'étapes et de temps.

La dégradation des traces mémorielles des opérandes consécutive à la mise en œuvre d'une procédure algorithmique a été mise en évidence par Thevenot, Barrouillet et Fayol (2001) en demandant à des participants de reconnaître des opérandes soit après leur addition ou leur soustraction, soit après leur simple comparaison avec un troisième nombre. Ces auteurs supposent que les processus nécessaires pour parvenir à la résolution d'opérations composées d'opérandes à deux chiffres par des adultes s'apparentent à ceux qui sont mis en œuvre par les enfants pour résoudre des problèmes plus simples (i.e., décomposition d'au moins un des deux opérandes et nécessité de retenir des résultats intermédiaires). Imaginons qu'un adulte ait à résoudre l'addition *37 + 28*. Il est peu probable que le résultat de cette opération soit stocké en mémoire à long terme. Différentes stratégies sont possibles pour résoudre le problème : toutes impliquent une décomposition des opérandes (Siegler, 1987). Certains individus peuvent, par exemple, décomposer *37* et *28* en *30 + 7* et *20 + 8*, décider d'additionner *30* et *20* et atteindre le résultat *50* pour ensuite additionner *7* et *8,* récupérer *15* et l'ajouter au premier résultat obtenu pour atteindre *65*. Bien d'autres décompositions sont possibles, mais elles résultent toutes d'un déplacement attentionnel des opérandes (*37* et *28*) vers leurs composantes (*30, 20, 7 et 8* dans notre exemple). L'attention est alors focalisée sur chacune des composantes de manière successive. Plus les traitements durent, plus le niveau d'activation des opérandes initiaux et des composantes diminue (phénomène de dégradation mémorielle : Cowan, 1994 ; Towse & Hitch, 1995 ; Towse et al., 1998). De plus, les résultats intermédiaires nécessaires à la réalisation de l'opération doivent faire l'objet d'un stockage. Compte tenu des capacités limitées de la mémoire de travail (Baddeley, 1992), ce maintien se fait au détriment de celui des opérandes. Au contraire, un problème de comparaison (e.g., décider si *24* est compris entre *30* et *18*), requiert seulement de maintenir les opérandes intacts en mémoire de travail, sans aucune décomposition. En conséquence, la récupération des opérandes est plus difficile et plus lente après la résolution d'une opération qu'après une comparaison. En effet, d'après Anderson (1993), la probabilité de récupération d'une information est une fonction exponentielle de son degré d'activation, et le temps nécessaire à cette récupération est également une fonction exponentielle négative de l'activation. Ainsi, la reconnaissance moins sûre et plus lente de nombres venant juste d'être présentés peut être interprétée comme l'indice de leur utilisation dans des calculs plutôt que de leur maintien tel quel en mémoire.

Pour résumer, les conclusions de la littérature relatives aux stratégies utilisées tant par les adultes que par les enfants en arithmétique ne sont pas consistantes. Cette inconsistance peut potentiellement trouver son origine dans les faiblesses des méthodes d'investigation classiquement utilisées. Il était donc nécessaire de trouver un nouveau paradigme d'étude qui ne reposait ni sur des temps de latence ni sur l'analyse de protocoles verbaux. Le paradigme de reconnaissance des opérandes paraît être un paradigme plus approprié pour déterminer le type de stratégies utilisées. Nous allons décrire en quoi consiste ce paradigme de façon générale puis le présenter plus en détail, tel que nous l'avons utilisé dans nos études.

III. Présentation générale du paradigme

Dans chacune de nos études, les participants doivent effectuer deux types de problèmes : une opération arithmétique particulière (i.e., addition, soustraction ou multiplication) et une comparaison. Après avoir été informés du type de situation à traiter (opération arithmétique ou comparaison), ils voient, successivement trois nombres (i.e., chiffre ou nombre) : les deux opérandes et un troisième nombre. Les participants doivent alors décider si ce troisième chiffre ou nombre correspond au résultat de l'opération (i.e., somme, différence ou produit des deux premiers opérandes) ou s'il est compris entre les deux premiers opérandes dans le cas de la comparaison (i.e., tâche de décision). Les participants doivent donner leur réponse en appuyant sur une touche d'un clavier d'ordinateur. Un quatrième chiffre ou nombre leur est ensuite présenté. Ils doivent alors décider si ce nombre était ou non l'un des deux opérandes (tâche de reconnaissance).

Nous enregistrons les temps de réaction ainsi que les types de réponses (justes ou fausses) pour les deux types de tâches (i.e., vérification et reconnaissance). Comme nous l'avons expliqué, la récupération des opérandes est plus difficile et plus lente après une opération qu'après une comparaison. Nous allons donc comparer les temps de reconnaissance des opérandes (ainsi que le taux de reconnaissance correct) après leur implication dans une opération arithmétique ou dans une comparaison.

S'il est plus difficile de reconnaître des opérandes après une opération arithmétique qu'après une comparaison, c'est qu'une procédure algorithmique a été utilisée. En revanche, si la difficulté est la même sous les deux conditions, alors l'opération a vraisemblablement été résolue par récupération du résultat en mémoire, processus plus rapide ne nécessitant pas de transformer les opérandes. Par ailleurs, nous nous attendons à ce que les stratégies diffèrent en fonction de la complexité des opérations. Afin de vérifier cette prédiction, la taille des nombres impliqués dans les problèmes sera manipulée.

IV. Présentation de la méthode

IV.1. Le matériel

Nous avons demandé à des participants de reconnaître des opérandes, soit après une opération arithmétique, soit après une comparaison avec un troisième nombre.

Chaque essai expérimental était constitué de 4 nombres : le premier opérande (N1), le deuxième opérande (N2), le troisième nombre (N3) sur lequel les participants devaient se prononcer (e.g., exactitude ou non du résultat de l'opération arithmétique vs compris ou non entre les deux nombres précédents pour la comparaison) et enfin, le quatrième nombre (N4) qui correspondait à la cible de reconnaissance. Les opérandes correspondaient à des paires de nombres différentes (voir annexe 1). Pour chaque taille de nombre (i.e., petit, moyen, grand), les mêmes couples étaient présentés 4 fois : 2 fois pour l'opération concernée (juste et faux) et 2 fois pour la comparaison (juste et faux). Dans les conditions addition, soustraction et multiplication, le participant devait décider si le troisième nombre correspondait à la somme, la différence ou au produit des 2 premiers, alors que dans la condition comparaison il devait décider s'il était compris entre les 2 premiers nombres vus précédemment. Pour les opérations, ce troisième nombre correspondait dans la moitié des cas à la réponse correcte et dans l'autre moitié à une réponse fausse, obtenue en ajoutant ou soustrayant 1 à la réponse correcte. En effet, nous savons que lorsque la réponse proposée est trop distante de la réponse correcte, les participants peuvent prendre leur décision en jugeant la plausibilité de la réponse plutôt qu'en calculant (Ashcraft & Battaglia, 1978 ; Ashcraft & Stazyk, 1981 ; Lemaire & Fayol, 1995 ; De Rammelaere et al., 2001). Pour les comparaisons, le troisième nombre correspondait dans la moitié des essais à un nombre compris entre les deux premiers nombres et dans l'autre moitié à un nombre se situant en dehors de l'intervalle. Dans ce dernier cas, la moitié des nombres était supérieure au premier opérande qui était toujours le plus grand des deux (borne supérieure de l'intervalle) et, l'autre moitié était inférieure au deuxième, (borne inférieure de l'intervalle).

Le quatrième nombre (la cible) correspondait pour la moitié des essais au premier ou deuxième opérande et, dans l'autre moitié au premier ou deuxième opérande plus ou moins un. La cible associée à chaque paire de nombres était bien évidemment la même dans chaque condition (opération et comparaison) pour pouvoir permettre une comparaison des temps de reconnaissance. Aussi bien pour la tâche numérique que pour la tâche de reconnaissance, les participants devaient répondre, aussi vite et correctement que possible, en appuyant sur une des 2 touches (oui ou non) identifiées sur le clavier.

Afin d'éviter que les participants adultes n'adoptent une stratégie de mémorisation systématique des opérandes et les conséquences que cela eut entraîné sur la reconnaissance, des essais sans tâche de reconnaissance ont été ajoutés. Ces essais correspondaient à des items sans quatrième nombre. Chaque essai était présenté deux fois : une fois avec un résultat juste et une fois avec un résultat faux. Le nombre de ces essais était significativement supérieur au nombre des essais expérimentaux. Par conséquent, il aurait été plus coûteux pour les participants d'opter pour une stratégie de mémorisation systématique des opérandes dans le but de réussir la tâche de reconnaissance. Cette précaution était nécessaire afin d'éviter une surcharge en mémoire de travail due à une mémorisation systématique des opérandes qui aurait pu avoir une influence sur les stratégies utilisées par les participants pour résoudre les différents problèmes. Chaque participant se voyait présenter les essais dans un ordre aléatoire.

Pour que les participants se familiarisent avec le matériel, des essais d'entraînement, différents de ceux de l'expérience, étaient préalablement présentés. Une fois l'expérimentateur assuré que le participant avait bien compris ce que l'on attendait de lui, la phase expérimentale débutait.

IV.2. La procédure

Le programme a été conçu avec le progiciel Psyscope (Cohen, MacWhinney, Flatt & provost, 1993). Les stimuli étaient présentés sur un écran d'ordinateur. Chaque essai débutait par la présentation, pendant une seconde, du mot indiquant le type de problème à résoudre (e.g., addition ou comparaison). Ce mot était ensuite remplacé par un premier nombre (premier opérande). En appuyant sur une touche du clavier, les participants faisaient disparaître ce nombre de l'écran pour faire apparaître le deuxième nombre (deuxième opérande). Ensuite, en appuyant sur la même touche, ce second nombre était remplacé par un troisième nombre et les participants devaient décider s'il correspondait ou non à la solution du problème posé en appuyant sur l'une des deux touches signalées sur le clavier. Lorsque le participant avait validé sa réponse, le quatrième nombre apparaissait et le participant devait alors juger s'il correspondait ou non à l'un des deux premiers nombres présentés en appuyant toujours sur les mêmes touches. Après cette dernière réponse un nouvel essai expérimental débutait.

Par exemple, un essai expérimental avec des nombres moyens pouvait prendre la forme suivante :

Addition / 9 / 3 / 12 / 4

Ici le sujet devait répondre pour le troisième nombre (12) « oui » car 9+3=12, et il devait répondre « non » pour le quatrième nombre (4) car 4 n'avait pas été présenté dans cet essai.

La méthode présentée ici est celle que nous avons utilisée dans toutes les études que nous allons exposer dans ce travail. Nous avons tout d'abord expérimenté ce paradigme chez les adultes. Les résultats obtenus ont permis d'attester sa validité et d'étendre son utilisation chez les enfants.

2ème partie : partie empirique

Chapitre 1 - La résolution d'additions par les adultes[1]

I. Introduction

De nombreuses recherches ont montré que les adultes résolvaient des problèmes arithmétiques simples en récupérant plus ou moins directement le résultat dans un réseau d'associations stocké en mémoire à long terme (Ashcraft, 1992, 1995 ; Campbell, 1995) que nous avons décrit en première partie de ce travail. Il est donc largement admis que la performance en arithmétique des enfants est basée sur le comptage ou d'autres stratégies procédurales et que ces procédures sont petit à petit remplacées par la récupération directe du résultat en mémoire de travail. Ce fait fut d'abord avancé par Groen et Parkman (1972) sur la base de temps de latence mesurés chez les enfants et les adultes. Cependant, LeFevre, Sadesky et al. (1996) soulignent que faire la moyenne de temps de latence de différents essais impliquant différentes stratégies peut conduire à des conclusions erronées sur la façon dont les adultes et les enfants résolvent les problèmes. Ces auteurs rapportent que les recherches qui ont utilisé une approche plus directe en demandant aux participants de rapporter leurs procédures ont affaibli l'hypothèse selon laquelle les adultes récupéraient toujours les problèmes additifs simples. Par exemple, Svenson (1985) montre que les adultes étaient certain d'avoir utilisé une stratégie de récupération pour seulement 78% des essais. LeFevre, Sadesky et al. (1996) rapportent que, pour les additions, 81% de leurs participants ont utilisé

[1] Cette expérience a donné lieu à une publication : Thevenot, C., Fanget, M. & Fayol, M. (2007). Retrieval or non-retrieval strategies in mental addition ? An operand-recognition paradigm. *Memory & Cognition, 35*, 1344-1342.

deux procédures ou plus (e.g., comptage, récupération, décomposition) pour résoudre des problèmes simples (i.e., les deux opérandes inférieurs à 10). En fait, la récupération semble plus fréquente pour les problèmes dont la somme est inférieure à 10 (83%), et l'utilisation de procédures de transformation augmente de façon significative avec les problèmes dont la somme est supérieure à 10 (à peu près 46%, si on ne considère pas les doubles, semblent être résolus par récupération).

Par conséquent, l'incertitude concernant la validité des protocoles verbaux en général et les questions soulevées par LeFevre, Sadesky et al.(1996) dont nous avons parlé dans la première partie, notamment les critiques soulevées par l'interprétation des temps de latence, nous conduisent à expérimenter le nouveau paradigme que nous avons présenté dans la partie précédente et qui devrait nous permettre de faire le point sur l'utilisation des stratégies de récupération dans les problèmes arithmétiques chez les adultes.

Dans une première expérience, nous étudierons les problèmes composés de nombres de tailles différentes **:** (1) des opérations à un chiffre dont la somme est inférieure à 10 que nous appellerons « petits nombres », (2) des opérations à un chiffre dont la somme est supérieure à 10 que nous appellerons « nombres moyens » et (3) des additions de nombres à 2 chiffres que nous appellerons « grands nombres ». En accord avec LeFevre, Sadesky et al. (1996), nous pensons que la difficulté de reconnaissance des petits opérandes devrait être la même, qu'ils aient été impliqués dans une addition et dans une comparaison avec un troisième nombre. Au contraire, la reconnaissance devrait être plus difficile après une addition qu'après une comparaison pour les nombres moyens, pour lesquels aucune étude ne montre qu'ils sont majoritairement résolus par une procédure de récupération. Pour les grands opérandes, nous avons choisi de rendre maximale la probabilité de résolution des additions par des procédures autres que la récupération. Nous nous attendons à répliquer les résultats de Thevenot et al. (2001), à savoir un taux de reconnaissance plus faible des opérandes en condition addition par rapport à la condition comparaison. De plus, nous pensons que cet effet sera plus prononcé pour les grands nombres que pour les nombres moyens.

Dans la seconde expérience, nous utiliserons exactement le même matériel, mais nos participants seront évalués sur leur niveau de calcul et répartis en deux groupes en fonction de leur performance. Ainsi, nous nous attendons à des résultats identiques pour les participants 'bons' et 'mauvais' calculateurs sur les petits et grands nombres. En revanche des patterns de résultats différents devraient être obtenus pour les problèmes construits avec des nombres moyens : les participants 'mauvais calculateurs' devraient utiliser des stratégies de non-récupération plus souvent que les participants 'bons calculateurs' pour résoudre des problèmes de difficulté intermédiaire.

II. Expérience 1

II.1 Méthode

Participants :

Cinquante-sept étudiants de psychologie de l'université Blaise Pascal ont participé à cette expérience.

Matériel :

Les opérandes correspondaient à 24 paires de nombres différentes (voir annexe 1). Huit de ces paires étaient composées de « petits » chiffres compris entre 1 et 9, leur somme n'excédait jamais 10 et la différence entre les deux chiffres était supérieure à 1 pour permettre une comparaison avec un troisième nombre. Ces huit paires étaient choisies au hasard parmi les 16 paires qui peuvent être constituées en respectant ces contraintes. Huit autres paires, dont les nombres étaient compris entre 4 et 9 et dont la somme était toujours supérieure ou égale à 12 et leur différence supérieure à 1, ont été choisies au hasard parmi les 12 qui composaient les nombres moyens. Pour terminer, les huit dernières paires étaient composées

de « grands nombres » compris entre 13 et 49, dont la somme était comprise entre 41 et 65 et leur différence supérieure à 10. De plus, pour augmenter la probabilité d'une procédure algorithmique, ces additions comportaient toujours une retenue et ne se terminaient jamais par un 0. Ces huit paires ont été choisies au hasard parmi les 96 qui répondaient à ces conditions. Pour chaque taille de nombre, les mêmes couples étaient donc présentés 4 fois : 2 fois pour l'addition (juste et faux) et 2 fois pour la comparaison (juste et faux).
Chaque participant était donc confronté à 96 essais expérimentaux : 8 paires de nombres x 3 tailles (petits, moyens, grands) x 2 tâches (additions et comparaison) x 2 réponses (oui ou non).

Afin d'éviter que les participants n'adoptent une stratégie de mémorisation systématique des opérandes et les conséquences que cela entraînerait sur la reconnaissance, 192 essais sans tâche de reconnaissance ont été ajoutés. Ces essais correspondaient à 96 items sans quatrième nombre. Chaque essai était présenté deux fois : une fois avec un résultat juste et une fois avec un résultat faux. Le nombre de ces essais était significativement supérieur au nombre des essais expérimentaux. Chaque participant se voyait donc présenter 288 essais dans un ordre aléatoire. Avant le début de l'expérience, une explication sur son déroulement était présentée au participant. Pour que ceux-ci se familiarisent avec le matériel, 5 essais d'entraînements différents de ceux de l'expérience, étaient présentés. Une fois que l'expérimentateur s'était assuré que le participant avait bien compris ce que l'on attendait de lui, la phase expérimentale débutait.

Procédure :

La procédure était celle décrite dans le chapitre IV de la partie précédente.

II.2 Résultats

Les taux de réponses correctes (pour les tâches numériques) étaient relativement élevés (.96, .84, .89 pour les additions avec des petits, moyens et grands nombres et .94, .87, .93 pour les comparaisons), ce qui attestait que les participants accordaient une attention suffisante au problème précédant la tâche de reconnaissance.

Analyse des taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance

Parmi les 96 essais expérimentaux par participant, seuls les essais pour lesquels la cible (4ème nombre, n4) correspondait soit au premier soit au second opérande ont été analysés, soit 48 essais. Parmi les 2736 essais (57 participants x 48 essais), 176 ont été identifiés comme des réponses incorrectes à la tâche numérique et retirés, ce qui correspondait à moins de 6,5% des essais. Une analyse de variance (ANOVA) à 3 (taille des nombres : petits, moyens et grands) x 2 (type de tâche : addition versus comparaison) x 2 (type de cible : n1 ou n2) facteurs avec mesures répétées a été effectuée sur les taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance.

Tableau 1. Taux de reconnaissance du premier et du second opérande en fonction de la taille des nombres et du type de problème.

	Premier opérande (N1)				Second opérande (N2)			
	Addition		Comparaison		Addition		Comparaison	
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Grand	.85	.30	.97	.11	.80	.27	.97	.09
Moyen	.92	.22	.96	.10	.86	.23	.97	.11
Petit	.90	.20	.95	.22	.91	.12	.93	.14

Les taux de reconnaissance correcte variaient en fonction de la taille des nombres, $F(2, 112) = 3.16$, $CME = .02$, $p = .046$. La reconnaissance était meilleure pour les nombres petits et moyens que pour les grands (.92, .92 et .90 respectivement). De plus, le taux de reconnaissance était plus faible suite à une addition (.87) plutôt qu'après une comparaison (.96), $F(1, 56) = 13.50$, $CME = .10$, $p <.001$. De façon plus intéressante, nous observions un effet d'interaction entre ces deux variables, $F(2, 112) = 7.87$, $CME = .02$, $p <.001$. Comme attendu, un taux plus faible de reconnaissance pour les additions que pour les comparaisons était observé pour des nombres moyens et grands mais pas pour les petits, $F(1, 56) = 20.91$, $CME = .06$, $p <.001$; $F(1, 56) = 9.62$, $CME = .04$, $p = .003$; $F(1, 56) = 2.12$, $CME = .04$, $p = .15$ respectivement. De plus, en accord avec nos hypothèses, cet effet était plus prononcé pour les grands nombres que pour les moyens, $F(1, 56) = 6.47$, $CME = .02$, $p = .01$

Finalement, le premier opérande était plus souvent reconnu que le second (.92 et .91 pour le premier et le second opérande respectivement), $F(1, 56) = 4.78$, $CME = .01$, $p = .03$. Le type de cible (premier vs. second opérande) interagissait avec le type de problème, $F(1, 56) = 3.45$, $CME = .01$, $p = .07$, montrant que cet effet était obtenu uniquement pour les additions mais pas pour les comparaisons, $F(1, 56) = 6.03$, $CME = .02$, $p = .02$ et $F < 1$ respectivement.

Analyse des temps de réaction (TR) à la tâche de reconnaissance

Deux cent deux essais pour lesquels la cible n'avait pas été reconnue ont été enlevés des données, ce qui représentait moins de 8% des essais. Par conséquent, 7 participants pour lesquels il n'y avait pas assez de données dans une ou plusieurs conditions expérimentales ont été écartés. Cette analyse a donc été réalisée avec les données de 50 participants. La moyenne des TR a été calculée pour chaque participant pour chacune des 12 conditions expérimentales : 3 (taille de nombres) x 2 (type de problème) x 2 (type de cible). Une ANOVA de même plan que l'analyse précédente a été conduite sur ces TR moyens.

Tableau 2. Temps de réaction (en ms) du premier (n1) et du second opérande (n2) à la tâche de reconnaissance en fonction de la taille des nombres et du type de problème.

	Premier opérande (n1)				Second opérande (n2)			
	Addition		Comparaison		Addition		Comparaison	
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Grand	1476	465	1164	376	1647	731	1205	347
Moyen	1239	389	1186	379	1477	570	1127	301
Petit	1132	349	1101	278	1228	426	1152	307

Nous obtenions exactement le même pattern de résultat que dans l'analyse précédente. Les TR différaient en fonction de la taille des nombres, $F(2, 98) = 19.53$, $CME = 123274$, $p < .001$ (1373 ms, 1257 ms et 1153 ms pour les grands, moyens et petits nombres respectivement). De plus, les temps de reconnaissance étaient plus élevés après une addition (1366 ms) qu'après une comparaison (1155 ms), $F(1, 49) = 40.90$, $CME = 162716$, $p < .001$. De façon plus intéressante, nous observions une interaction entre ces deux variables ; $F(2, 98) = 7.87$, $CME = 119831$, $p < .001$. En accord avec nos hypothèses, des TR plus élevés pour les additions que pour les comparaisons étaient observés seulement sur les grands nombres et les nombres moyens mais pas sur les petits nombres, $F(1, 49) = 32.31$, $CME = 219983$, $p < .001$; $F(1, 49) = 18.03$, $CME = 112371$, $p < .001$; $F(1, 49) = 2.05$, $CME = 70025$, $p = .16$ respectivement. De plus, l'effet du type de problème était davantage prononcé pour les grands nombres que pour les nombres moyens, $F(1, 49) = 4.84$, $CME = 159513$, $p = .03$.

Enfin, le temps nécessaire à la reconnaissance du premier opérande était plus court que le temps mis pour reconnaître le second opérande (1216 ms et 1306 ms pour le premier et le second opérande respectivement), $F(1, 49) = 8.94$, $CME = 134470$, $p = .004$. Toutefois, le type de cible interagissait avec le type de problème ($F(1, 49) = 5.75$, $CME = 162265$, $p = .02$), montrant que cet effet était uniquement obtenu pour les additions et non pour les comparaisons ($F(1, 49) = 8.64$, $CME = 246305$, $p = .005$ et $F < 1$ respectivement).

Analyse des temps de résolution des problèmes

Bien que nos résultats confirment nos hypothèses, il était important de montrer que la meilleure performance pour la reconnaissance des opérandes impliqués dans les comparaisons par rapport à ceux impliqués dans des additions n'était pas due à des temps de résolution plus longs de cette tâche. En effet, si le temps nécessaire à la résolution de la tâche additive conduisait à de délais plus longs pour parvenir à la tâche de reconnaissance, ce délai supplémentaire pourrait expliquer une plus faible performance. Si tel était le cas, nos conclusions seraient uniquement basées sur des mesures de temps de résolution et pourraient donc être soumises aux critiques formulées par Siegler (1989) et LeFevre, Sadesky et al.(1996). Il s'avérait que le temps mis pour parvenir à la tâche de décision (présentation à l'écran du premier opérande + le second opérande + la solution proposée) était effectivement plus long pour les additions (3904 ms) que pour les comparaisons (3687 ms), $F(1, 49) = 9.24$, $CME = 382995$, $p = .004$. Cette différence était due à des temps de présentation plus longs du second opérande pour les additions (1683 ms) par rapport aux comparaisons (1153 ms), $F(1, 49) = 115.31$, $CME = 1829E2$, $p <.001$. Cependant le temps de présentation de la solution proposée (troisième nombre) était plus long pour la comparaison (1402 ms) que pour l'addition (1149 ms), $F(1, 49) = 32.99$, $CME = 145940$, $p <.001$. Ce dernier résultat était observé quel que soit la taille des nombres, $F(1, 49) = 2.82$, $CME = 126595$, $p = .09$; $F(1, 49) = 14.62$, $CME = 86330$, $p < .001$ et $F(1, 49) = 74.34$, $CME = 57865$, $p < .001$ (pour les grands, moyens et petits nombres respectivement, voir Tableau 3).

Tableau 3. Temps d'auto-présentation du premier (n1), du second opérande (n2) et de la proposition de réponse [a] en fonction de taille des opérandes et du type de problème à résoudre.

	n1				n2				réponse proposée			
	Addition		Comp.		Addition		Comp.		Addition		Comp.	
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Grand	1185	311	1187	349	2500	861	1234	364	1389	443	1508	391
Moyen	1026	263	1105	316	1537	490	1162	305	1128	322	1352	394
Petit	1003	325	1102	285	1013	300	1062	287	930	243	1345	406

[a] Pour les comparaisons, "réponse proposée" fait référence au troisième nombre présenté aux participants qui doivent dire si ce nombre est compris entre n1 et n2.

Ainsi, il était tout à fait impossible que les différences observées sur les taux et les TR de reconnaissance soient dues à une période de rétention plus longue pour les additions. En effet, il faut se souvenir que les différences dans les taux et les temps de reconnaissance étaient encore plus prononcées sur le second opérande que sur le premier. Lorsque le second opérande était de nouveau présenté au participant pour la tâche de reconnaissance, le temps écoulé depuis sa première présentation était plus long dans le cas de la comparaison que dans le cas de l'addition. Ainsi, la meilleure reconnaissance du second opérande après une comparaison ne résultait pas d'une plus courte période de rétention. Par conséquent, les différences observées entre comparaisons et additions ne peuvent pas être seulement expliquées par des temps de résolutions plus courts pour les comparaisons.

II.3 Discussion

Les résultats de cette expérience montrent que la difficulté de reconnaissance des grands et moyens opérandes (bien que moindre) est plus importante après qu'ils aient été impliqués dans une addition que dans une comparaison avec un troisième nombre, ce qui suggère que certains problèmes dans ces deux conditions ont été résolus par des procédures algorithmiques. Au contraire, aucune différence n'est observée entre addition et comparaison lorsque de petits opérandes sont impliqués, ce qui nous permet d'inférer que la récupération du résultat en mémoire à long terme est la stratégie adoptée par nos participants.

Il est essentiel de noter que les temps de reconnaissance plus longs pour les additions de grands et moyens opérandes ne peuvent pas être uniquement attribués à des temps de résolutions plus longs que dans la condition comparaison. Le temps écoulé entre la présentation du second opérande et sa reconnaissance est aussi long dans le cas de la comparaison que dans le cas de l'addition. L'interprétation la plus évidente de ce résultat est que les participants calculent la somme des opérandes dès la présentation de second opérande et n'attendent pas la présentation du résultat pour engager le calcul. Par conséquent, lorsque les sujets calculent la somme ils ont juste un nombre à garder en mémoire de travail pendant une courte période, ce qui est très proche de la situation écologique dans laquelle les nombres sont présentés simultanément. Pour ce qui est de la comparaison, les sujets n'ont pas d'autre choix que d'attendre l'apparition du troisième nombre pour prendre leur décision.

Même si l'on constate une altération des performances lorsque les additions sont composées de nombres grands et moyens, cet effet est tout de même plus prononcé pour les grands nombres. Une interprétation possible de cette différence est qu'une partie des participants utilisent la stratégie de récupération pour résoudre des additions composées de nombres moyens. Nous avons effectivement sélectionné les grands nombres de façon à ce qu'ils déclenchent, lors du calcul, des procédures de non-récupération. Il est par conséquent peu probable qu'une partie des participants utilise la récupération pour résoudre certaines de ces grandes additions. Ceci peut expliquer les différents patterns de résultats obtenus avec ces deux types de tailles. Si une partie de nos participants récupèrent le résultat en mémoire à long terme d'additions moyennes, il est alors probable qu'ils soient de "bons calculateurs" contrairement aux autres sujets moins habiles, qualifiés de "mauvais calculateurs". Dans une seconde expérience, nous allons examiner cette hypothèse en prenant en compte l'habileté arithmétique ou le niveau de calcul des participants.

III. Expérience 2

III.1. Méthode

Participants :

Cinquante étudiants de l'université Blaise Pascal ont participé à cette expérience. Afin d'obtenir deux groupes de niveau nous avons eu recours à un subtest « French Kit » (French, Ekstrom, & Price, 1963). Les participants ont été affectés dans chacun des groupes en fonction de leur score arithmétique obtenu à ce test. Pour optimiser les chances d'obtenir deux groupes homogènes, 16 participants ayant obtenu des scores médians ont été écartés. L'analyse a donc été réalisée avec les données de 34 participants. Le score médian de l'ensemble du groupe est de 50. Pour rendre la lecture plus aisée, nous allons appeler les participants des deux groupes soit des "bons calculateurs"soit des "mauvais calculateurs". Le groupe des moins "bons calculateurs" est constitué de 17 participants qui ont une moyenne de 41.18 (SD = 8.85 , étendue : 19 – 51). Le groupe constitué des "bons calculateurs" est composé de 17 participants qui obtiennent une moyenne de 85.76 (SD = 15.55, étendue 68 – 131)

Matériel et procédure :

Le matériel et la procédure sont exactement les mêmes que dans l'expérience précédente hormis le fait que les participants complètent, après leur participation au test de reconnaissance des opérandes, les subtests d'additions et de soustractions-multiplications du French Kit (French et al. 1963).

Les subtests du French Kit :

Chaque subtest de cette épreuve d'arithmétique est constitué de deux pages de 60 problèmes, avec un total de 4 pages : 2 pages pour les additions et 2 pages contenant à la fois des soustractions et des multiplications (annexe 2). Les additions sont formées de trois opérandes correspondants à des chiffres ou/et des nombres à deux chiffres (e.g., 63 + 99 + 5), les soustractions sont composées de deux opérandes correspondant, à chaque fois, à un nombre à deux chiffres (e.g., 51 – 28) et les multiplications se composaient d'un nombre à deux chiffres à multiplier par un chiffre (e.g., 73 x 8). Chaque participant dispose de deux minutes par page avec comme instruction de résoudre les opérations le plus rapidement et le plus précisément possible. Le nombre de réponses correctes est comptabilisé et constitue le score total.

III.2. Résultats

Comme dans l'expérience précédente, les taux de réponses correctes aux différents problèmes étaient élevés (.97,.95,.91 pour les additions composées respectivement de petits, moyens et grands opérandes et .96, .87, .94 pour les comparaisons). Dans l'ensemble, les taux de réponses correctes étaient sensiblement identiques pour les "bons calculateurs" (.94) et les "mauvais calculateurs" (.92). Ce résultat n'était pas surprenant dans la mesure où les participants étaient répartis dans les 2 groupes en fonction de leur score aux subtests du French Kit : le score calculé pour chaque participant correspondait au nombre d'opérations correctement résolues pendant une période de temps fixée. L'affectation dans les deux groupes différents dépendait donc essentiellement de la vitesse de résolution des opérations. Dans notre expérience, le nombre d'essais était fixe, donc le nombre d'item était le même pour l'ensemble des participants et le temps n'était pas limité. C'est pourquoi le taux d'erreurs, dans cette étude, est approximativement équivalent pour tous les participants.

Analyse des taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance

Parmi les 96 essais par participant, seuls les 48 essais comportant un quatrième nombre (premier ou second opérande) ont été utilisés pour réaliser cette analyse. Parmi les 1632 items (34 participants x 48 items), 114 présentant une réponse incorrecte au problème ont été écartés, ce qui représentait moins de 7% des essais. Une analyse de variance (ANOVA) à 2 (habileté des participants : faible ou forte) x 3 (taille des nombres : petits, moyens et grands) x 2 (type de tâche : addition vs comparaison) avec le premier facteur en mesure inter-sujets et les deux autres facteurs en mesures répétées a été effectuée sur les taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance (voir tableau 4). Des résultats significatifs avec le « type de cible » (i.e., premier ou second opérande) ayant déjà été obtenus dans la précédente expérience, nous ne l'utiliserons pas à nouveau dans cette étude.

L'ANOVA sur les taux de reconnaissance correcte ne révèle aucun effet significatif.

Tableau 4. Taux de reconnaissance correcte pour les sujets bons et mauvais calculateurs en fonction de la taille des opérandes et du type de problème.

	Mauvais calculateurs				Bons calculateurs			
	Addition		Comparaison		Addition		Comparaison	
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Grand	.91	.11	.94	.11	.92	.16	.96	.07
Moyen	.93	.09	.94	.10	.93	.11	.93	.09
Petit	.96	.07	.98	.05	.96	.09	.94	.09

Analyse des temps de réaction (TR) à la tâche de reconnaissance

Quatre-vingt-douze essais pour lesquels l'opérande présenté n'avait pas été reconnu ont été retirés des données, ce qui représentait moins de 6% des items. Une ANOVA de même plan que la précédente a été réalisée sur les TR (tableau 5).

Tableau 5. Temps de réaction (en ms) à la tâche de reconnaissance pour les participants bons et mauvais calculateurs en fonction de la taille des nombres et du type de problème résolu.

	Mauvais calculateurs				Bons calculateurs			
	Addition		Comparaison		Addition		Comparaison	
	M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Grand	1478	454	1193	298	1543	722	1088	319
Moyen	1265	331	1070	223	1098	335	1108	257
Petit	1078	217	1129	287	1077	340	1088	360

Les TR ne différaient pas en fonction du niveau d'habileté des participants, $F<1$ mais en revanche se distinguaient en fonction de la taille des nombres, $F(2, 64) = 21.11$, $CME = 49340$, $p <.001$ (1325 ms, 1135 ms et 1093 ms pour les grands, moyens et petits nombres respectivement). Les temps de reconnaissance étaient plus élevés après une addition (1256 ms) qu'après une comparaison (112 ms), $F(1, 32) = 11.92$, $CME = 88047$, $p <.001$. De façon plus intéressante, une interaction entre la taille des nombres et le type de problème était retrouvée, $F(2, 64) = 13.75$, $CME = 52666$, $p <.001$. En accord avec nos hypothèses et comme dans la précédente expérience, des TR plus élevés pour les additions que pour les comparaisons étaient observés uniquement pour les grands nombres et les nombres moyens mais pas pour les petits, $F(1, 32) = 17.06$, $CME = 136348$, $p < .001$; $F(1, 32) = 4.11$, $CME = 35036$, $p < .05$; $F<1$ respectivement.

De plus, une interaction tendancielle entre les 3 variables était observée, $F(2, 64) = 2.95$, $CME = 25668$, $p < .06$. Pour les nombres moyens, l'effet du type de problème était plus prononcé pour les "mauvais calculateurs" que pour "bons calculateurs", $F(1,32) = 5.12$, $CME = 35036$, $p < .04$. En fait, alors que les TR étaient plus longs pour les additions que pour les comparaisons pour les "mauvais calculateurs" ($F(1, 32) = 9.21$, $CME = 35036$, $p < .005$), ils étaient identiques pour les "bons calculateurs" ($F<1$). Toutefois, concernant les petits et les grands nombres, les effets du type de problème étaient les mêmes pour les deux types de participants ($F<1$ pour les deux).

III.3 Discussion

Les résultats de cette expérience montrent clairement que les adultes présentant de plus faibles habiletés arithmétiques (i.e., moins "bons calculateurs") ne résolvent pas les problèmes impliquant de nombres moyens de la même façon que les participants plus habiles (i.e., "bons calculateurs"). En fait, pour ce type de problème et pour les participants présentant une forte habileté arithmétique, les temps de reconnaissance des opérandes impliqués dans les additions étaient les mêmes que les temps de reconnaissance impliqués dans les comparaisons. Ces résultats suggèrent que ces participants utilisent la récupération du résultat en mémoire à long terme pour résoudre ce type de problèmes. En revanche, pour les participants présentant une plus faible habileté arithmétique, les temps de reconnaissance des opérandes étaient plus longs après une addition qu'après une comparaison, ce qui laisse penser qu'ils ont recours à des stratégies autres que la récupération pour ce type de problème. Néanmoins, les mêmes stratégies sont utilisées par tous les participants pour résoudre des problèmes de petites et grandes tailles (i.e., stratégie de récupération et stratégies de non-récupération respectivement).

IV. Discussion des expériences 1 & 2

Le but principal de ces études était d'évaluer les types de stratégies utilisées par des adultes pour résoudre des problèmes additifs à l'aide d'un nouveau paradigme ne reposant ni sur des protocoles verbaux ni sur des temps de résolution. Les résultats obtenus sur les petits et grands nombres attestent la validité de ce paradigme.

Nos résultats confirment et étendent les conclusions de LeFevre, Sadesky et al. (1996) qui montraient que les adultes n'utilisaient pas systématiquement la procédure de récupération pour résoudre des problèmes additifs simples. Nous montrons qu'il n'est pas plus difficile de reconnaître de petits opérandes (i.e., nombres dont la somme est inférieure à 10) après leur addition qu'après leur comparaison avec un troisième nombre, ce qui suggère que les adultes résolvent ces problèmes très simples en récupérant la réponse en mémoire à long terme. Au contraire, des taux plus faibles et/ou des temps plus longs de reconnaissance des opérandes sont observés lorsque des grands nombres (i.e., nombres à deux chiffres) et des nombres moyens (i.e., nombres dont la somme est supérieure à 10) sont auparavant impliqués dans des additions comme dans des comparaisons. Ce résultat conduit à la conclusion que les adultes s'en remettent à des procédures autres que la récupération pour résoudre ces problèmes.

De plus, dans la seconde expérience, les sujets qui obtenaient un faible score au test arithmétique ne résolvaient pas les additions composées de taille moyenne de la même façon que ceux qui avaient obtenu un score élevé. Ainsi, les participants présentant de faibles habiletés arithmétiques misent sur des procédures de non-récupération pour résoudre des additions comprenant des opérandes moyens, alors que les participants présentant de fortes habiletés sont capables de résoudre de tels problèmes par la récupération. Ce résultat est intéressant et permet de mieux comprendre ce qu'est un bon calculateur. En effet, est-ce qu'un bon calculateur est une personne qui est capable d'utiliser des « back-up » stratégies rapidement et de façon précise ou est-ce une personne qui est capable de récupérer plus souvent des résultats en mémoire à long terme ? Les études chronométriques ne nous permettent pas de faire la lumière sur cette question, mais les résultats de notre étude nous permettent d'envisager quelques réponses. En effet, nous avons montré que la difficulté de reconnaissance des opérandes n'était pas exclusivement due à des périodes de rétention plus longues dans le cas de procédures de non-récupération (i.e., le deuxième opérande est moins bien reconnu après une addition qui nécessite une procédure de non-récupération qu'après une comparaison, même si le temps écoulé depuis sa première présentation est le même pour la comparaison et pour l'addition). Par conséquent, lorsque l'un de nos participants éprouve des difficultés pour reconnaître un opérande, ce n'est pas seulement dû au fait qu'il a pris trop de temps pour résoudre ce problème (i.e., dégradation mémorielle). La seule explication alternative possible est qu'une partie de ses ressources attentionnelles sont allouées à des informations comme la façon dont sont constitués les opérandes et les résultats intermédiaires, étapes nécessaires pour parvenir à la résolution du problème. Ainsi, si les "bons calculateurs" sont uniquement des personnes qui calculent très rapidement, ils devraient manifester quelques difficultés à reconnaître le second opérande dans notre étude, après avoir calculé des additions avec retenues. Comme il semble aussi facile pour eux de le reconnaître après une comparaison qu'après une addition avec des nombres moyens, c'est qu'ils retrouvent manifestement le résultat en mémoire à long terme.

En conclusion, nous avons développé un nouveau paradigme qui nous permet d'évaluer si les participants font appel à des stratégies de récupération ou de non-récupération pour résoudre des problèmes arithmétiques. Le principal avantage de ce paradigme est qu'il évite les biais associés au recueil des temps de latence et des protocoles verbaux. Nous avons montré que la difficulté à reconnaître des opérandes n'est pas seulement due à une période de rétention plus longue dans le cas de l'utilisation de procédures autres que la récupération. Par conséquent, nos mesures ne sont pas des mesures indirectes de temps de latence qui sont considérées comme trop variables pour être moyennées (LeFevre, Sadesky, et al., 1996 ; Siegler, 1987, 1989). De plus, le fait que nos données ne soient pas reliées à des temps de latence nous donne la possibilité d'éviter la difficulté d'interpréter des temps de résolution trop longs comme étant soient des procédures de non-récupération soit des processus lents de récupération. En outre, le fait que nous n'utilisons pas de protocoles verbaux écarte les biais de «reactivity» et «veridicability» décrits par Kirk et Ashcraft (2001) et nous permet de constater que nos participants ne sont pas conscients de l'objet de notre étude. Dès lors, il n'est plus possible de mentionner que « la demande induit le biais » décrit par les mêmes auteurs. Ce biais a récemment été signalé par Campbell et Austin (2002) qui notent que cette « demande » introduit une grande variabilité dans l'estimation des stratégies mise en place par les adultes pour résoudre de simples problèmes arithmétiques (voir Campbell & Xue, 2001 pour une revue).

Ainsi, ce paradigme de reconnaissance des opérandes semble tout à fait adapté pour étudier les stratégies mises en place pour résoudre des problèmes arithmétiques. Les recherches suivantes vont étendre son utilisation à d'autres opérations arithmétiques et nous allons également comparer les résultats obtenus grâce à ce paradigme de reconnaissance avec ceux obtenus par le biais de protocoles verbaux et regarder si ce nouveau paradigme est plus informatif et s'il permet de mettre en évidence des comportements qui ne pouvaient pas être révélés par les paradigmes utilisés auparavant.

Chapitre 2 – La résolution de soustractions par les adultes[2]

I - Introduction

Dans la littérature, les auteurs s'entendent sur le fait que les soustractions seraient moins souvent résolues par récupération du résultat en mémoire à long terme que les additions et les multiplications (Dehaene & Cohen, 1997; LeFevre, et al., 2006; Thevenot & Barrouillet, 2006 chez les adultes; Barrouillet, Mignon, & Thevenot, 2008; Robinson, 2001 chez les enfants). Néanmoins, une variabilité considérable apparaît, à travers les différentes études, dans l'estimation des stratégies utilisées. Les sujets de LeFevre et al. (2006) disent récupérer les résultats dans 81% des problèmes faciles (i.e., inférieur à 10) et dans 42% des problèmes difficiles (i.e., entre 11 et 18). Campbell et Xue (2001) rapportent que leurs participants récupèrent 73% des problèmes simples et 42% des plus difficiles, ce qui est relativement proche des résultats de LeFevre et al.. Cependant, les participants de Seyler, et al. (2003) disent récupérer 97% des problèmes simples et 67% des problèmes difficiles. De plus, ces mêmes auteurs indiquent que 30% de leurs participants utilisent exclusivement la récupération contre seulement 6% des participants de l'étude de LeFevre et al.. Cette variabilité entre les différentes études montre que la méthode des protocoles verbaux ne permet pas aux chercheurs de répliquer les résultats dans le domaine du calcul mental de la soustraction. En fait, la fiabilité des protocoles verbaux a déjà été mise en doute dans le domaine de la cognition en général (Crutcher, 1994 ; Ericsson & Simon, 1980) et dans le domaine de la cognition numérique en particulier. En effet, Kirk et Ashcraft (2001) se sont

[2] Thevenot, C., Castel, C., Fanget, M., Fayol, M. (sous presse). Mental subtraction in high and lower-skilled aritmetic problem solvers : verbal report vs. operand-recognition paradigms. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory and Cognition.*

questionnés sur leur validité pour trois raisons étroitement reliées. Tout d'abord ils se sont interrogés sur l'exactitude des rapports verbaux de sujets : la « veridicality ». En effet on ne peut pas avoir accès à des processus mentaux automatiques, comme la récupération des faits arithmétiques en mémoire, par le biais de rapports verbaux. D'autre part, le simple fait de demander aux participants de rappeler la façon dont ils ont résolu l'opération peut altérer les processus mentaux qui devraient normalement avoir lieu, c'est ce qu'ils appellent la « reactivity ». Finalement, « the demand induced bias » concerne la possibilité que cette demande permette aux participants d'inférer les hypothèses expérimentales et donc influence les stratégies de rappel des participants. Par conséquent, nous pensons en accord avec les conclusions de Kirk et Ashcraft (2001), que « l'utilisation de protocoles verbaux est potentiellement problématique et que de grandes précautions doivent être prises dans la collecte des rapports verbaux pour pouvoir les considérer comme un reflet valide de la performance des adultes » et donc, que « nous devons trouver une méthode plus appropriée pour pouvoir déterminer la fréquence des stratégies de non-récupération utilisée par les adultes » (p.174, notre traduction).

Dans l'expérience 3, nous étudions des soustractions faciles, difficiles et très difficiles (i.e., impliquant des opérandes petits, moyens et grands). Il est peu probable que des adultes soient capables de récupérer le résultat de soustraction telle que « *43 – 27* » en mémoire à long terme. Une stratégie possible pour résoudre ce problème peut être de soustraire 20 à 43, trouver que cela correspond à 20 puis soustraire 7 de 23 et trouver la réponse 16. Si la logique sur laquelle repose notre paradigme est judicieuse, les opérandes devraient être « dégradés » et il devrait donc être plus difficile de les reconnaître après des soustractions aussi difficiles qu'après de simples comparaisons. Au contraire, à notre connaissance, tous les chercheurs s'accordent sur le fait que la récupération est la stratégie dominante pour résoudre des soustractions aussi faciles que « *6 – 4* ». Par conséquent, nous prédisons que nous ne devrions pas obtenir de différence sur les performances de reconnaissance des opérandes entre les soustractions et les comparaisons, lorsque ces opérandes sont petits. Il est difficile de faire une hypothèse précise concernant les soustractions de taille moyenne (i.e., qualifiées de « problèmes difficiles » par LeFevre et al., 2006) car, comme nous l'avons expliqué auparavant, les résultats de la littérature ne sont pas consistants. Selon Seyler et al. (2003), la majorité de ces problèmes seraient résolus par récupération (i.e., 67%) alors que pour LeFevre et al. (2006) ou Campbell et Xue (2001), cette stratégie serait utilisée dans une minorité d'essais (i.e., 42%). Afin d'avoir une image plus précise sur les stratégies utilisées par les adultes dans la résolution des soustractions, nous prenons en compte un facteur rarement utilisé dans les études portant sur la résolution des soustractions : le niveau de calcul des participants en arithmétique (i.e. niveau de calcul). À notre connaissance, la seule étude qui manipule cette variable, chez les adultes, est l'étude de LeFevre et al. (2006). Ces auteurs montrent que les adultes utilisant essentiellement la récupération pour résoudre des soustractions simples ont un score plus élevé à un test de calcul que les adultes utilisant plus souvent des stratégies de transformation ou le comptage. Cependant, leur recherche ne tient pas compte de la taille des nombres. Par conséquent, une contribution importante et originale de notre recherche est d'étudier les différentes stratégies mise en place par les adultes pour résoudre des soustractions, en fonction de leur niveau de calcul et de la difficulté des opérations à résoudre. Dans la seconde expérience, nous confrontons les résultats obtenus avec le paradigme de reconnaissance des opérandes à ceux obtenus avec la méthode des protocoles verbaux.

II. Expérience 3

II.1. Méthode

Participants :

Soixante et un étudiants de l'université de Genève ont participé à cette expérience, sur la base du volontariat. Les participants étaient répartis en deux groupes en fonction de leur score au subtest du French Kit (French, Ekstrom, & Price, 1963). Le score médian étant de 64, afin d'optimiser les chances d'obtenir deux populations hétérogènes, 20 sujets dont les scores étaient les plus proches du score médian ont été éliminés. Les analyses ont donc été réalisées avec les données de 41 sujets. Le groupe des sujets "mauvais calculateurs" était constitué de 21 sujets dont le score moyen au test d'arithmétique était de 44 (SD= 7.7, étendue : 24-53) et le groupe des sujets « bon calculateurs» comprenait 20 participants avec un score moyen de 88 (SD=16.78, étendue :73-125).

Matériel et procédure :

Subtest du French Kit

Les participants ont réalisé le test du French Kit décrit dans l'expérience 2 et ont été répartis dans les deux groupes en fonction du score obtenu en faisant la somme des bonnes réponses.

Comme pour l'addition, tous nos essais expérimentaux étaient composés de quatre nombres présentés séquentiellement : le premier opérande, le second opérande, la réponse puis la cible. Dans les conditions nombres « petits » et « moyens », nous utilisons 32 paires différentes de nombres tirées au sort parmi 100 soustractions de base, qui correspondaient en fait aux couples de nombres constitués pour les100 additions de base. Pour des raisons spécifiques à notre paradigme, certains de ces faits arithmétiques ne pouvaient être sélectionnés pour notre étude. Tous les nombres comprenant un 1 ou un 0 n'ont pas été retenus. En effet, ce paradigme doit nous permettre de déterminer si les participants passent par des résultats intermédiaires pour résoudre les opérations (i.e ., stratégies de non-récupération). Soustraire 0 ou 1 d'un nombre ne nécessite pas de faire appel à des résultats intermédiaires, quelle que soit la stratégie utilisée par le participant. Par conséquent, dans ces cas particulier, notre paradigme ne nous permet pas de faire la différence entre les procédures de récupérations et les autres procédures. De plus la différence entre les deux nombres doit être strictement supérieure à 1 pour qu'une comparaison soit réalisable.

Les soustractions sont classiquement divisées en problèmes qualifiés de « petits » et « moyens » (i.e., ce que nous appelons problèmes « moyens » sont qualifiés de « larges » lorsque les auteurs limitent leur étude à ces deux catégories) en séparant les problèmes en deux catégories : les chiffres vs les nombres à deux chiffres (i.e., 0-9 vs. 10-18). Les « petits » problèmes peuvent comprendre tous les chiffres plus le nombre 10. Seyler et al. (2003) ont montré un changement des résultats en termes de TR et d'erreurs à partir de 11. Pour ces auteurs, ce fait signale un changement important dans les processus de résolution entre petites et grandes soustractions. Les petites soustractions (i.e., chaque opérande inférieur ou égal 10) présentent de courts temps de résolution et un faible taux d'erreur et de variabilité, ce qui est totalement en faveur d'une récupération en mémoire à long terme.

En revanche, pour les grandes soustractions, on ne semble pas procéder de la même manière. Notre classification des problèmes devrait nous permettre une meilleure interprétation des résultats. En effet, dans la dernière condition manipulant la taille des nombres, nous avons construit 16 soustractions avec des paires de nombres à deux chiffres que nous qualifions de « grands » problèmes. Ces problèmes sont issus du matériel construit pour les additions que nous avons adapté aux soustractions. Ces paires de nombres sont choisies de façon à optimiser la probabilité d'une résolution par une procédure algorithmique lorsqu'elles sont impliquées dans une soustraction (54 – 39 par exemple, voir annexe 3).

Nous avons 48 paires de nombres (i.e., 16 dans chaque condition : petits, moyens et grands problèmes) qui sont présentées une fois dans la condition soustraction et une fois dans la condition comparaison de façon aléatoire. La procédure reste identique à celle que nous avons utilisée pour les additions.

Les participants se voient donc présenter 96 essais expérimentaux : 16 paires de nombres x 3 taille de problème (petit, moyen et grand) x 2 tâches (soustraction et addition). De plus, comme pour l'addition, 192 items (96 paires de nombres présentées une fois pour l'addition et une fois en comparaison) sans tâche de reconnaissance sont ajoutés pour éviter que les participants n'adoptent une stratégie systématique de mémorisation des opérandes. Finalement, chaque participant voit 288 items présentés aléatoirement.

II.2 Résultats

Le taux de réponses correctes était élevé (.97, .94, .87 pour les soustractions avec les petits, moyens et petits nombres respectivement et .93, .94, .95 pour les comparaisons). De plus, comme dans l'expérience 2, le taux de réponses correctes était dans l'ensemble identique pour les participants « bons » (.94) et « mauvais » (.92) calculateurs. Ces résultats ne sont pas surprenants car, quelle que soit l'habileté des sujets, peu d'erreurs ont été commises par les sujets au French Kit. Les participants se différenciaient plus par leur vitesse d'exécution que par leur précision dans la résolution de problèmes arithmétiques.

Analyse des taux de réponses corrects à la tâche de reconnaissance

Parmi les 96 essais par participant, seuls 48 essais comportant un quatrième nombre correspondant au premier ou au deuxième opérande ont été utilisés pour réaliser cette analyse. Parmi les 1968 items (41 participants x 48 items), 139 présentant une réponse incorrecte au problème ont été écartés, ce qui représentait moins de 7% des essais. Une analyse de variance (ANOVA) à 2 (habileté des participants : faible ou forte) x 3 (taille des nombres : petits, moyens et grands) x 2 (type de tâche : soustraction versus comparaison) x 2 (type de cible : premier et second opérande) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les trois autres facteurs en mesures répétées a été effectuée sur les taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance (voir tableau 6).

Tableau 6. Taux de reconnaissance correcte pour les participants bons et mauvais calculateurs en fonction de la taille des opérandes, du type de problème et de la cible.

		Bons calculateurs				Mauvais calculateurs			
		Soustraction		Comparaison		Soustraction		Comparaison	
		M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Premier opérande	Grand	.94	.14	.98	.08	.87	.15	.95	.10
	Moyen	.98	.08	.98	.08	.96	.09	.85	.20
	Petit	.9 8	.08	.99	.06	.94	.11	.95	.10
Second opérande	Grand	.83	.20	.91	.12	.76	.27	.89	.19
	Moyen	.95	.10	.96	.09	.88	.19	.93	.14
	Petit	.95	.10	.94	.14	.93	.16	.94	.13

Le taux de reconnaissance correct était plus important après une comparaison (.94) qu'après une soustraction (.91), $F(1, 39) = 4.06$, *CME* = .019, $p = .05$. L'effet principal de la taille des nombres était également significatif, $F(2, 78) = 8.73$, *CME* = .019, $p < .001$: le taux de reconnaissance était plus faible pour les grands nombres (.89) que pour les nombres moyens (.94) et petits (.95). Le dernier effet principal significatif était celui du type de cible,

$F(1, 39) = 9.71$, $CME = .020$, $p <.005$: le premier opérande était plus souvent reconnu que le second (.95 et .91, respectivement).

L'effet de la tâche (i.e., taux de reconnaissance plus faible après une soustraction qu'après une comparaison) interagissait avec la taille des nombres, $F(2, 78) = 7.23$, $CME = .016$, $p <.002$, mais cet effet n'était significatif que pour les grands nombres ($F(1, 39) = 11.95$, $CME = .025$, $p <.002$), et pas pour les nombres moyens et petits ($F<1$ pour les deux). Cet effet de la tâche interagissait également avec le type de cible, $F(1, 39) = 5.26$, $CME = .010$, $p <.03$. Bien qu'après une soustraction, le second opérande ait été moins bien reconnu que le premier (.88 vs .95 pour le second et le premier opérande, respectivement), le taux de reconnaissance pour les deux opérandes était, quant à lui, dans l'ensemble similaire après une comparaison (.93 vs .95 pour le second et premier opérande, respectivement). Finalement, le type de cible interagissait avec la taille des nombres, $F(2, 78) = 4.51$, $CME = .78$, $p <.02$: l'effet du type de cible était prononcé pour les grands nombres, mais il n'existait pas pour les autres tailles.

L'analyse en fonction du niveau de calcul des participants montrait que pour les "mauvais calculateurs" le taux de reconnaissance était plus faible après une soustraction qu'après une comparaison, mais seulement pour les grands nombres, $F(1, 39) = 9.77$, $CME = .019$, $p <.004$ et non pour les nombres moyens ($F(1,39) = 1.80$, $CME = .04$, $p = .19$) ni les petits ($F<1$). Le même type de résultats était observé pour les participants les "bons calculateurs", $F(1, 39) = 3.17$, $CME = .08$, $p = .08$ pour les grands nombres et $F<1$ pour les nombres moyens et petits.

Analyse des temps de reconnaissance des opérandes

Cent quarante-sept essais, pour lesquels les participants avaient échoué à la tâche de reconnaissance, ont été supprimés. Par conséquent, 2 participants, “mauvais calculateurs”, pour lesquels il manquait des données dans une ou plusieurs condition(s) expérimentale(s), ont été écartés. Cette analyse a donc été conduite avec 39 participants: 19 ”mauvais calculateurs” et 20 ”bons calculateurs”. Une analyse de variance (ANOVA) à 2 (habileté des participants : faible et forte) x 3 (taille des nombres : grands, moyens et petits) x 2 (type de problème: soustraction et comparaison) x 2 (type de cible : premier ou second opérande) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les 3 autres facteurs en mesures répétées (Figure 4) a été réalisée sur la moyenne des temps de reconnaissance des opérandes.

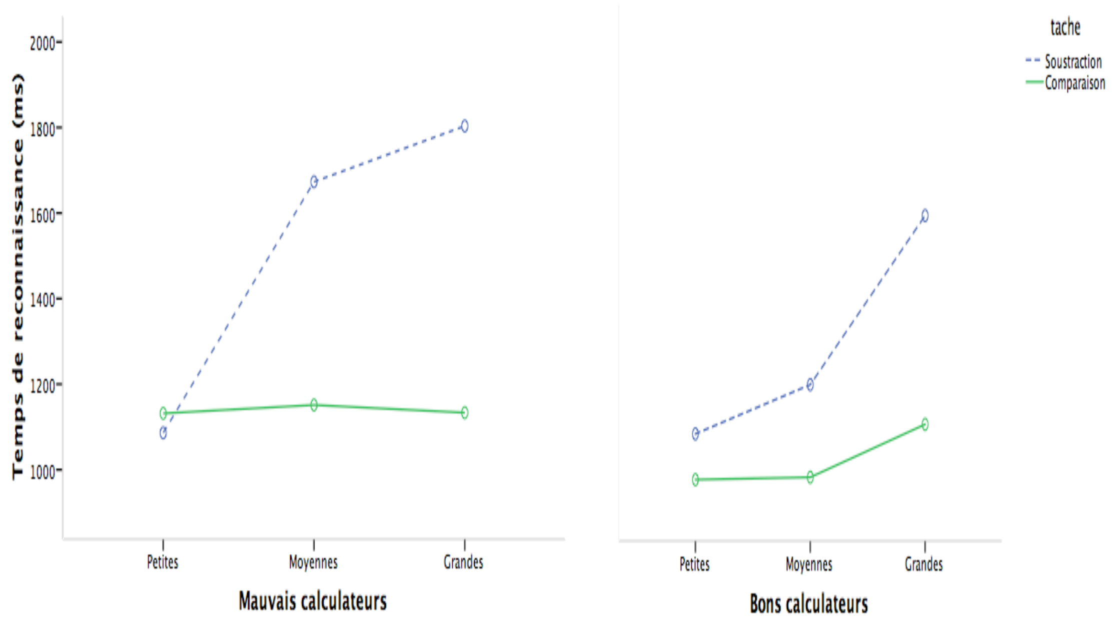

Figure 4. Moyenne des temps de reconnaissance des opérandes (en ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tâche et de la taille des nombres.

Les temps de reconnaissance différaient en fonction de l'habileté des participants, les participants "mauvais calculateurs" étaient plus lents (1324 ms) que les participants "bons calculateurs" (1153 ms), $F(1,37) = 3.80$, $CME = 964568$, $p = .06$. Les temps de reconnaissances étaient plus longs après une soustraction (1396 ms) qu'après une comparaison (1085 ms), $F(1, 37) = 41.85$, $CME = 291159$, $p <.001$ et plus longs pour le deuxième opérande (1376 ms) que pour le premier (1103 ms), $F(1, 37) = 29.72$, $CME = 277606$, $p <.001$. Les participants mettaient plus de temps à reconnaître les opérandes lorsque des grands nombres étaient impliqués (1398 ms) que lorsque les nombres étaient moyens (1246 ms) et petits (1078 ms), $F(2,74) = 15.03$, $CME = 292541$, $p <.001$.

De façon plus intéressante, nous constations une interaction entre la tâche et la taille des nombres, $F(2,74) = 8.38$, $CME = 350145$, $p <.001$. Cet effet (i.e., temps de reconnaissance plus longs pour les soustractions que pour les comparaisons) était plus prononcé pour les grands nombres que pour les nombres moyens et petits. En fait, les différences dans les temps de reconnaissance entre soustractions et comparaisons étaient significatives pour les grands nombres ($F(1, 37) = 52.03$, $CME = 245803$, $p <.001$) et pour les nombres moyens ($F (1, 37) = 8.28$, $CME = 631257$, $p = .007$). Le dernier effet significatif était l'interaction entre la tâche et le type de cible, $F(1, 37) = 11.78$, $CME = 135346$, $p <.002$. Comme pour les taux de reconnaissance, alors qu'il était plus long, après une soustraction, de reconnaître le deuxième opérande que le premier (1585 ms vs 1207 ms pour le second et le premier opérande, respectivement : $F(1,37) = 28.22$, $CME = 245764$, $p <.001$), les temps de reconnaissance, après une comparaison, étaient identiques pour les deux opérandes (1169 ms et 999 ms pour le second et le premier opérande, respectivement, $F < 1$).

L'interaction entre les 3 facteurs, tâche x taille x niveau de calcul, n'était pas significative, $F(2,74) = 1.60$, $CME = 558925$, $p = .21$. Cependant, comme nous avions formulé des hypothèses précises, nous avons testé nos données à l'aide de comparaisons planifiées. Les résultats montraient qu'il n'était pas plus long, pour les participants "mauvais" et "bons" calculateur, de reconnaître les opérandes après une soustraction qu'après une comparaison lorsque des petits nombres étaient impliqués ($F(1,37) = 1.90$, $CME = 218696$, $p = .18$ et $F <1$ pour les "bons" et "mauvais" calculateurs, respectivement). Au contraire, une différence significative pour les temps de reconnaissance des grands nombres était observée quel que soit le niveau de calcul des participants ($F(1, 37) = 18.40$, $CME = 9094736$, $p <.001$ et $F(1,37) = 34.71$, $CME = 9094736$, $p <.001$ pour les participants "bons" et "mauvais" calculateurs, respectivement). Cependant, on observait une différence importante dans les temps de reconnaissance des opérandes en fonction de la tâche pour les participants "mauvais calculateurs" sur les nombres moyens, $F(1,37)= 8.19$, $CME = 631257$, $p = .007$, mais cette différence ne retrouvait pas pour les participants "bons calculateurs", $F(1,37) = 1.41$, $CME = 940913$, $p = .24$.

Analyse des temps de résolution des problèmes

Les temps de résolution étaient calculés en additionnant les temps de présentation du premier, du second opérande et de la réponse proposée. Une ANOVA à 2 (niveau de calcul des participants : mauvais et bon) x 3 (taille des nombres : grand, moyen et petit) x 2 (type de problème : soustraction et comparaison) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les deux autres en mesure répétée a été effectuée (Figure 5).

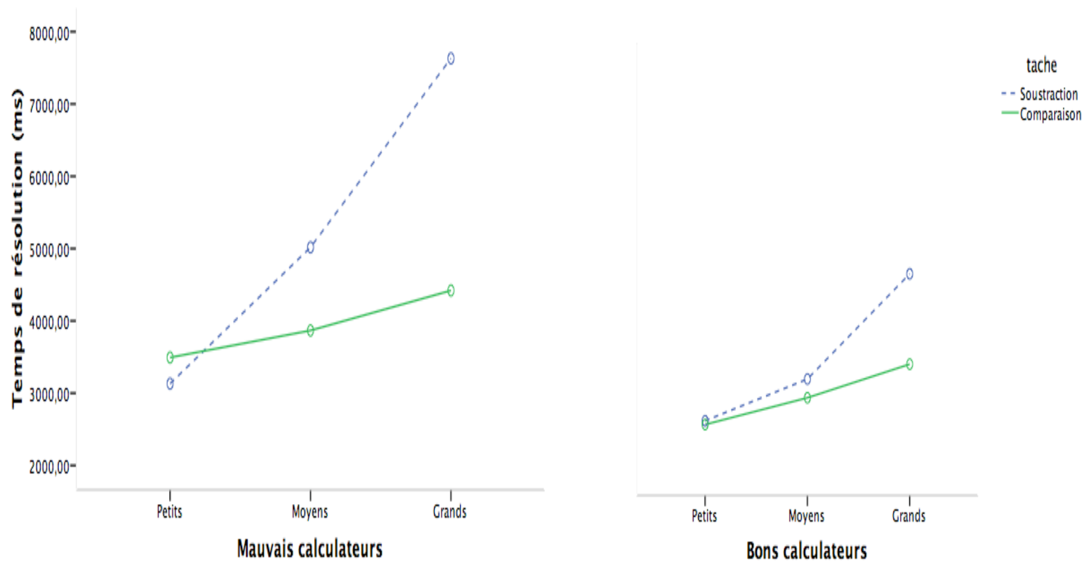

Figure 3. Moyenne des temps de résolution des problèmes en (ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tâche et de la taille des nombres

Les temps de résolution étaient plus longs pour les participants “mauvais calculateurs” (4593 ms) que pour les participants “bons calculateurs” (3416ms), $F(1, 39) = 22.93$, $CME = 3.714^{E}6$, $p < .001$, et plus longs pour la soustraction (4496 ms) que pour la comparaison (3542 ms), $F(1, 39) = 37.19$, $CME = 1.474^{E}6$, $p < .001$. Ils étaient plus importants pour les grands problèmes (5168 ms) que pour les moyens (3857 ms) et petits problèmes (3032 ms), $F(2, 78) = 74.54$, $CME = 1.294^{E}6$, $p < .001$. L’effet de niveau de calcul était plus prononcé pour la soustraction que pour la comparaison, $F(1, 39) = 6.32$, $CME = 9.398^{E}6$, $p = .02$ et augmentait en fonction de la taille des nombres, $F(2, 78) = 5.54$, $CME = 7.165^{E}6$, $p = .006$. L’effet de la tâche (i.e., temps plus long pour les soustractions que pour les comparaisons) variait en fonction de la taille des nombres, $F(2, 78) = 25.24$, $CME = 1.226^{E}6$, $p < .001$. En effet, il était significatif pour les grands problèmes (6316 et 4021 ms pour les soustractions et les comparaisons, respectivement, $F(1, 39) = 31.04$, $CME = 3.409^{E}6$, $p < .001$) et pour les problèmes moyens (4219 et 3495 ms, $F(1, 39) = 30.78$, $CME = 338581$, $p < .001$). Au contraire, aucune différence n'était constatée pour les petits problèmes : les temps de résolution n'étaient pas plus longs pour les soustractions (2953 ms) que pour les comparaisons (3111 ms), $F(1, 39) = 2.68$, $CME = 178713$, $p = .11$. Finalement l'interaction entre ces trois facteurs était significative, $F(2, 78) = 5.52$, $CME = 6.77^{E}6$, $p = .006$. L'effet de la tâche était plus prononcé pour les participants “mauvais calculateurs” que pour les ”bons calculateurs” lorsque des grands ($F(1, 39) = 5.30$, $CME = 1.805^{E}7$, $p < .03$) et moyens nombres ($F(1, 39) = 11.55$, $p < .002$) étaient impliqués.

Les temps de résolution plus longs pour les soustractions que pour les comparaisons (4473 ms vs 3572 ms, respectivement) n'étaient pas dus à des temps de présentation du second opérande plus longs pour la soustraction (2300 ms) que pour la comparaison (1229 ms), $F(1, 39) = 84.05$, $CME = 823106$, $p < .001$, car la tendance s'inversait lors de la présentation de la réponse proposée: les temps de présentation, dans ce cas, étaient plus longs pour la comparaison (1343 ms) que pour la soustraction (1229 ms), $F(1, 39) = 5.84$, $CME = 354361$, $p < .003$.

III.3 Discussion

Nos résultats montrent qu'il est plus difficile de reconnaître des nombres moyens et grands après leur implication dans une soustraction que dans une comparaison avec un troisième nombre, ce qui suggère que certains de ces problèmes ont été résolus par des procédures algorithmiques. En revanche, aucune différence n'est observée entre soustraction et comparaison lorsque les nombres sont petits (i.e., inférieurs à 10), ce qui suggère que la récupération de la réponse en mémoire à long terme est la stratégie adoptée par les participants pour cette catégorie de problème. De plus, ces patterns de résultats sont modulés pour la soustraction des nombres moyens par le niveau de calcul des participants. La différence dans les temps de reconnaissance des opérandes entre soustraction et comparaison de nombres moyens était uniquement observée pour les participants “mauvais calculateurs” mais pas pour les participants “bons calculateurs”. Ces résultats indiquent que seuls les “mauvais calculateurs” recourent à des procédures algorithmiques pour résoudre ces problèmes, tandis que les “bons calculateurs” peuvent les résoudre en récupérant le résultat en mémoire à long terme. Ces résultats sont exactement les mêmes lorsqu’une analyse par problème est effectuée, ce qui indique que nos résultats ne sont pas dus à une trop faible proportion de problèmes étudiés, mais au contraire, que nos conclusions sont généralisables à l’ensemble des problèmes.

En fait, comme pour l’addition, il peut être argumenté que la meilleure performance en reconnaissance des opérandes après les comparaisons plutôt que suite aux soustractions est uniquement due à des temps de résolution plus lents pour ces dernières, entraînant des délais de reconnaissance plus longs et donc une plus faible performance. Cependant, nous avons montré que ces temps de résolution plus longs étaient dus à une présentation plus longue du deuxième opérande pour la soustraction que pour la comparaison, alors que les temps de présentation de la réponse (troisième nombre) étaient plus longs pour les comparaisons que pour les soustractions. Ce résultat était observé quelle que soit la taille des nombres. Donc, comme dans l’étude sur l’addition, il est tout à fait improbable que les différences observées sur les temps de reconnaissance soient dues à des périodes de rétention plus longues pour la soustraction. En effet, il faut se souvenir que les différences dans les taux et les temps de reconnaissance affectent majoritairement le deuxième opérande. Or, lorsque cet opérande est présenté une seconde fois au participant pour la tâche de reconnaissance, le temps écoulé depuis sa première présentation est le même quelle que soit la tâche : soustraction ou comparaison. Donc la meilleure reconnaissance du deuxième opérande après la comparaison n'est pas due à une période de rétention plus courte. Par conséquent, les différences observées entre comparaison et soustraction ne peuvent pas s'expliquer uniquement par des temps de résolution plus courts pour la comparaison.

Un autre point qu'il est nécessaire de discuter ici est que les temps de résolution observés dans cette étude sont considérablement plus longs que ceux rapportés dans la littérature. La résolution de soustractions, impliquant des petits nombres, nécessitait en moyenne 2953 ms, alors que, par exemple, les participants de Seyler et al. (2003) résolvaient les mêmes problèmes en 908 ms. De façon similaire, il fallait 4219 ms à nos participants pour résoudre des problèmes de taille moyenne alors que dans l'étude de Seyler et al., le temps de résolution était de 1363 ms. Cette spectaculaire augmentation des temps de résolution dans notre expérience peut simplement être due au mode de présentation séquentielle des opérandes qui rallonge les processus d'encodage et de résolution comparativement à la situation classique où le problème est présenté en une seule fois, en entier. Il se peut, cependant, que la tâche de reconnaissance associée à la moitié des essais de notre expérience ait introduit un changement substantiel dans les processus normalement impliqués dans la soustraction. Afin de vérifier que la tâche de reconnaissance n'altère pas les processus mentaux qui se déroulent normalement dans le cas de la résolution de soustraction, nous avons réalisé une expérience contrôle avec 39 participants. Cette étude contrôle s'est déroulée selon la même procédure (i.e., présentation séquentielle des opérandes et du résultat) et avec les mêmes problèmes que ceux présentés précédemment mais sans tâche de reconnaissance. Les temps de résolution des problèmes ont été comparés à ceux obtenus dans la précédente étude. Une ANOVA à 2 (Reconnaissance : « avec » (i.e., expérience 3) et « sans » (i.e. expérience contrôle) x 3 (Taille des nombres : petits, moyens et grands) x 2 (Type de problème : soustraction et comparaison) a été réalisée avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les deux autres facteurs en mesure répétée. Il n'y avait pas d'effet de la tâche de reconnaissance et ce facteur n'interagissait avec aucun des autres facteurs (tous les $F<1$). Cette expérience contrôle nous permet donc de conclure que la tâche de reconnaissance, inhérente à notre paradigme, n'altère pas les processus qui se produisent normalement lors d'une tâche de vérification arithmétique.

Ainsi, cette étude tend à montrer à nouveau que notre paradigme constitue un outil approprié pour identifier les stratégies utilisées par les individus engagés dans la résolution de problèmes arithmétiques. Toutefois, il est utile seulement s'il apporte des informations qui ne sont pas fournies par la méthode plus classique de recueil des protocoles verbaux. Pour comparer les résultats obtenus avec ces deux méthodes très différentes, les participants, dans une autre expérience, ne sont pas seulement testés avec notre paradigme, mais ils doivent également rapporter verbalement leurs stratégies. Nous nous attendons à ce que notre paradigme soit plus informatif que la méthode classique des protocoles verbaux et nous permette donc de discriminer de façon plus précise les procédures de calcul utilisée par les participants.

III. Expérience 4

III.1. Méthode

Participants

Cinquante et un étudiants de l'université de Genève ont été classés en fonction de leur score au subtest du French Kit (French et al., 1963). Le score médian de l'ensemble de nos sujets était de 54 et afin de maximiser les chances d'obtenir deux population hétérogènes, 19 participants pour lesquels le score était proche de la médiane ont été retirés des analyses. Les analyses ont donc été menées avec les données de 32 participants. Le groupe des participants "bons calculateurs" était composé de 16 sujets dont le score était en moyenne de 74 (*SD* =

11.66, étendue 60 – 99) et le groupe ”mauvais calculateurs” était constitué de 16 sujets dont le score moyen était de 41 (*SD* = 5.25, étendue 30 – 47).

Matériel et procédure

La procédure et le matériel étaient identiques à la précédente expérience pour le subtest du French Kit et le paradigme de reconnaissance des opérandes. Dans une troisième phase expérimentale, les participants devaient rapporter verbalement leurs stratégies pour les principaux problèmes présentés dans cette étude. Les participants étaient conviés à résoudre de nouveau 24 problèmes (i.e., 8 soustractions x 3 tailles) qui avaient été associés à un des opérandes dans la tâche précédente (annexe 4). Chaque opération apparaissait intégralement sur l'écran et le participant devait « entrer » sa réponse sur un clavier numérique. Les temps de résolution correspondaient au temps écoulé entre la présentation du problème à l'écran et le moment où le sujet entrait sa réponse.

Une fois la réponse entrée, les participants devaient appuyer sur la touche « enter » et la question « Comment avez-vous résolu le problème ? » apparaissait sur l'écran. Á ce stade, le participant devait rapporter exactement la façon dont le calcul avait été résolu. Ensuite la question « quelle stratégie avait vous utilisé ? » apparaissait sur l'écran avec une liste des différentes stratégies disponibles : 1) Récupération, 2) Compter à rebours, 3) Incrémenter, 4) Décomposition, 5) Transformation, 6) Addition inverse, 7) Autre. Avant la phase expérimentale, les participants se familiarisaient avec la tâche et des exemples pour chaque stratégie leur étaient présentés :

« Lorsque vous résolvez une soustraction, vous pouvez utiliser différentes procédures. Vous pouvez retrouver le résultat en mémoire. Dans ce cas, vous vous souvenez de la réponse, elle est juste dans votre tête. Vous pouvez aussi compter à rebours à partir du premier opérande de l'opération (e.g., 19 – 3 = 18, 17, 16). Vous pouvez incrémenter, c'est-à-dire compter à partir du deuxième opérande jusqu'au premier opérande, le

nombre de pas correspond à la réponse (e.g., 19 – 16 = 17, 18, 19, la réponse est 3). Vous pouvez aussi décomposer un ou les deux opérandes de la soustraction (e.g., 49 – 17 = 50 – 17 – 1). Vous pouvez également vous référer à l'addition correspondante (e.g., 14 – 6, je sais que si j'ajoute 8 à 6 la réponse est 14). Si la stratégie que vous utilisez ne correspond à aucune de celles que je viens de vous présenter ou si vous ne vous souvenez pas de la façon dont vous avez résolu l'opération, vous rapportez juste d'avoir utilisé une autre stratégie ».

Comme le participant effectuait toujours le calcul avant d'identifier la stratégie, l'expérimentateur pouvait l'aider lorsque cela était ambigu. Il était particulièrement important de décider si la stratégie correspondait à une manipulation ou à une décomposition, ce qui était souvent difficile pour les participants au début de l'expérience.

III.2 Résultats

Les taux de réponses correctes aux problèmes étaient très élevés (.97, .85, .86 pour la soustraction avec des nombres petits, moyens et grands respectivement et .96, .92, .93 pour la comparaison). D'autre part les taux de réponses correctes pour les participants ”bons calculateurs” (.93) et ”mauvais calculateurs” (.90) étaient très similaires.

Dans les précédentes études, nous observions que les temps de reconnaissance des opérandes constituaient une mesure plus sensible et plus informative que les taux de reconnaissance. Ceci était probablement dû au fait que la tâche de reconnaissance entraînait peu d'erreur. Ainsi par soucis de clarté et de concision, nous concentrerons nos analyses de données sur les temps de reconnaissance.

Temps de reconnaissance des opérandes

Cent trois essais pour lesquels les participants avaient échoué à la tâche de reconnaissance ont été écartés de l'analyse. Une ANOVA à 2 (niveau de calcul des participants : mauvais et bon) x 3 (taille des nombres : grands, moyens et petits) x 2 (type de cible : premier ou second opérande) x 2 (type de problème : soustraction ou comparaison) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les trois autre facteurs en mesure répétée (Figure 6) a été effectuée sur les moyennes des temps de reconnaissance des opérandes.

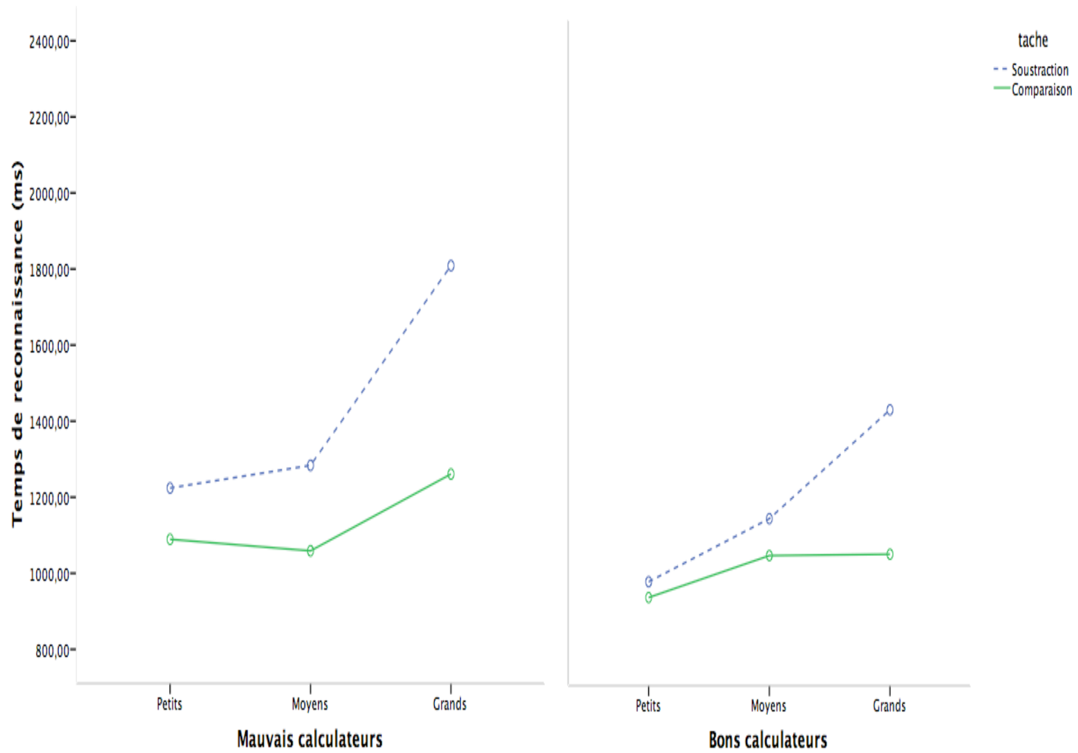

Figure 4. Moyenne des temps de reconnaissance des opérandes (en ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tâche et de la taille des nombres.

Les temps de reconnaissance étaient plus élevés après une soustraction (1318 ms) qu'après une comparaison (1079 ms), $F(1,30)= 23.33$, $CME = 235060$, $p <.001$ et plus élevé pour le deuxième opérande (1272 ms) que pour le premier (1125 ms), $F(1,30)=9.38$, $CME =221434$, $p <.005$. Les participants étaient plus longs à reconnaître les opérandes lorsque la tâche portait sur des grands nombres (1395 ms) que sur des nombres moyens (1139 ms) et les petits nombres (1062 ms), $F(2,60) = 16.83$, $CME = 230639$, $p <.001$.

De plus, nous observions une interaction entre le type de tâche et la taille des nombres, $F(2,60) = 7.39$, $CME = 174314$, $p = .001$. Tout comme dans la précédente expérience, la différence dans les temps de reconnaissance entre soustraction et comparaison était significative pour les grands nombres ($F(1,30) = 17.15$, $CME = 406694$, $p <.001$) et pour les nombres moyens ($F(1,30) = 8.55$, $CME = 97942$, $p = .007$) mais pas pour les petits nombres ($F(1,30) = 3.17$, $CME = 79049$, $p = .09$).

L'interaction d'ordre 3, tâche x taille des nombres x niveau de calcul, n'était pas significative, $F<1$. Cependant, les comparaisons planifiées montraient qu'il était plus long pour les participants "mauvais calculateurs" de reconnaître les cibles après une soustraction qu'après une comparaison lorsque des nombres grands ($F(1,30) = 11.81$, $CME = 122007$, $p <.002$) et moyens ($F(1,30) = 8.25$, $CME = 2938701$, $p = .008$) étaient impliqués. En revanche, pour les petits nombres, la différence de temps de reconnaissance entre la soustraction et la comparaison n'était pas significative, $F(1,30) = 3.68$, $CME = 2372035$, $p = .06$. Cependant des mêmes résultats que pour les participants "mauvais calculateurs" étaient observés pour les participants "bons calculateurs" avec les grands nombres ($F(1,30) = 5.86$, $CME = 12207$, $p = .16$) et les petits nombres ($F< 1$). En revanche, pour les nombres moyens, aucune différence n'était relevée sur les temps de reconnaissance entre soustraction et comparaison ($F(1,30) = 1.59$, $CME = 2938701$, $p = .22$). Ainsi, les résultats de cette expérience répliquaient parfaitement ceux de la précédente étude.

Analyse des temps de résolution

Les temps de résolution ont été calculés en additionnant les temps d'auto-présentation du premier et du deuxième opérande ainsi que de la proposition de la réponse. Nous avons réalisé une ANOVA sur les temps de résolution à 2 (niveau de calcul: mauvais et bon) x 3 (taille des nombres : grands, moyens et petits) x 2 (type de problème : soustraction et comparaison) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les deux autres facteurs en mesure répétée (Figure 7).

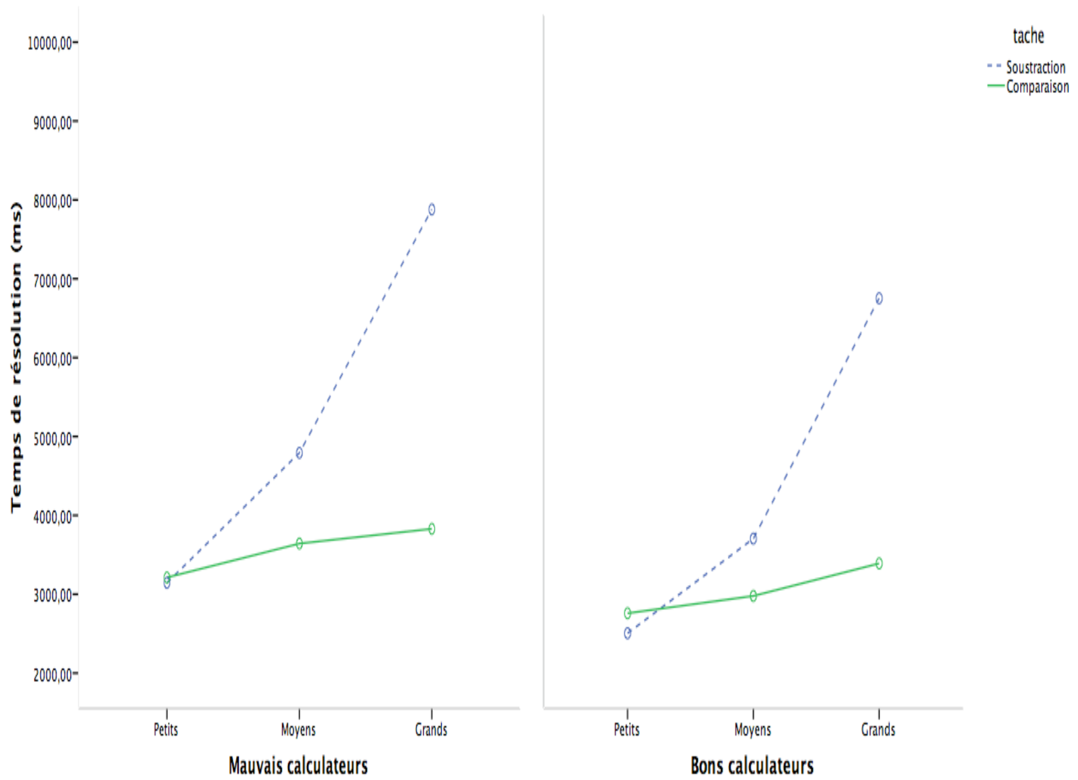

Figure 5. Moyenne des temps de résolution des problèmes (en ms) en fonction du niveau de calcul des participants, de la tâche et de la taille des nombres.

Les temps de résolution étaient plus longs pour les participants "mauvais calculateurs" (4417 ms) que pour les participants "bons calculateurs" (3704 ms), $F(1,30) = 6.93$, $CME = 3.517^{E}6$, $p < .02$ et plus longs pour les soustractions (4811 ms) que pour les comparaisons (3310 ms), $F(1,30) = 81.38$, $CME = 1.329^{E}6$, $p < .001$. Ils étaient plus longs pour les grands nombres (5481 ms) que pour les nombres moyens (3789 ms) et pour les petits nombres (2911 ms), $F(2,60) = 119.21$, $CME = 916300$, $p < .001$. L'effet de la tâche (i.e., temps de résolution plus longs pour les soustractions que pour les comparaisons) variait en fonction de la taille des nombres, $F(2,60) = 87.07$, $CME = 736353$, $p < .001$. En particulier, il était significatif pour les grands nombres (7343 ms et 3620 ms pour les soustractions et comparaisons, respectivement, $F(1,30) = 91.22$, $CME = 2.431^{E}6$, $p < .001$) et pour les nombres moyens (4260 et 3318 ms, $F(1,30) = 47.89$, $CME = 266544$, $p < .001$). En revanche, les temps de résolution étaient plus longs pour les comparaisons (2992 ms) que pour les soustractions (2830 ms) lorsque les nombres étaient petits, $F(1,30) = 5.64$, $CME = 74106$, $p = .02$. Finalement, l'interaction entre les 3 facteurs n'était pas significative, $F<1$.

Les temps plus longs de résolution pour la soustraction que pour la comparaison étaient dus à des temps de présentation plus longs pour le second opérande (2559 ms pour la soustraction et 1086 ms pour la comparaison), $F(1,30) = 93.35$, $CME = 371985$, $p < .001$. Pour la tâche de décision, proposition de la réponse, les temps d'auto-présentation n'étaient pas statistiquement différents entre la comparaison et la soustraction, $F(1,30) = 1.07$, $CME = 93119$, $p = .31$ (1237 et 1158 ms, respectivement).

Protocoles verbaux et temps de résolution

Une description, en pourcentage, de la façon dont les sujets rapportaient avoir résolu les problèmes (récupération, comptage à rebours, incrémentation, décomposition, transformation ou addition inverse) est rapportée dans le Tableau 7.

Tableau 7. Pourcentages de stratégies rapportées par les participants en fonction du niveau de calcul des participants et de la taille des nombres.

	Grands nombres				Nombres moyens				Petits nombres			
	Bons calculateurs		Mauvais calculateurs		Bons calculateurs		Mauvais calculateurs		Bons calculateurs		Mauvais calculateurs	
	Essais (%)	Nb de sujet[1]	Essais (%)	Nb de sujet	Essais (%)	Nb de sujet	Essais (%)	Nb de sujet	Essais (%)	Nb de sujet	Essais (%)	Nb de sujet
Récupération	4	3	1	1	45	15	50	16	95	16	92	16
Compter à rebours	0	0	0	0	2	1	4	4	3	1	5	3
Addition inverse	0	0	0	0	5	2	12	6	1	1	1	1
Décomposition	52	12	27	9	6	5	13	9	0	0	0	0
Transformation	41	9	64	12	25	9	15	10	0	0	1	1
Addition inverse	3	1	0	0	13	5	4	4	1	1	0	0
Autre	0	0	8	2	4	3	2	2	0	0	1	1

[1] Nombre de participants utilisant une stratégie précise au moins une fois.

Nous constations de façon intéressante, que si les participants "bons calculateurs" rapportaient utiliser la décomposition pour les grands nombres (52%) plus souvent que la manipulation (41%), c'était le contraire pour les participants "mauvais calculateurs" rapportant utiliser la manipulation beaucoup plus souvent (64 %) que la décomposition (27%). Un autre résultat notable: indépendamment de la taille des nombres, un très faible pourcentage de problème serait résolu par l'addition inverse. Ce résultat est en contradiction avec celui obtenu par Campbell (2008) qui indique que les adultes auraient plus souvent recours à l'addition inverse pour résoudre de grandes soustractions, alors que les petites seraient plus souvent récupérées.

Logiquement, la récupération était rarement rapportée par les participants, quelque soit leur niveau de calcul, lorsqu'ils expliquaient comment ils avaient résolu des soustractions impliquant des grands nombres (42 – 16 par exemple ; 4% et 1% pour les "bons" et "mauvais" calculateurs respectivement). De plus, la récupération était la stratégie la plus rapportée aussi bien pour les participants "mauvais calculateurs" (92%) que "bons calculateurs" (95%) pour les petits problèmes (e.g., 6 – 2). Finalement, les participants "mauvais calculateurs" rapportaient avoir utilisé la récupération après avoir résolu des soustractions de taille moyenne dans 50% des essais et les participants "bons calculateurs" dans 45% des essais. Afin d'affiner la description une analyse de variance (ANOVA) à 2 (niveau de calcul: mauvais et bon) x 3 (taille des nombres : grands, moyens et petits) x 2 (type de problème : soustraction et comparaison) a été réalisée, avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les deux autres facteurs en mesure répetée. L'analyse porte sur les pourcentages des essais rapportés comme récupérés après leur résolution. Seul l'effet de la taille des nombres était significatif, $F(2,60) = 234.73$, $CME = .029$, $p < .001$: la récupération était plus souvent rapportée pour les petits problèmes (95.5%) que pour les problèmes de taille moyenne (47.5%) et les problèmes de grande taille (2.5%). On ne retrouvait pas d'effet du niveau de calcul des participants (*F*<1) et pas d'interaction entre le niveau de calcul des participants et la taille des nombres (*F*<1). Les comparaisons planifiées confirmaient cette absence d'interaction car en considérant chaque taille de nombre séparément, aucune différence n'apparaissait entre les participants en fonction de leur niveau de calcul ($F(1,30) = 1.45$, $CME = .013$, $p = .23$, $F<1$, $F<1$, pour les grands, moyens et petits nombres, respectivement).

On pouvait observer, dans le Tableau 8, que les temps de résolution des problèmes dépendaient de la stratégie rapportée. Globalement, les participants "mauvais calculateurs" étaient plus lents que les participants "bons calculateurs", ce qui n'est pas surprenant. En revanche, il peut être plus surprenant de constater que les participants "mauvais calculateurs" étaient plus lents que les participants "bons calculateurs" pour des problèmes qu'ils avaient rapporté comme étant résolus par récupération (473 ms en plus pour les petits problèmes et 1001 ms en plus pour les problèmes moyens).

Tableau 8 . Temps de résolution des problèmes en fonction de la stratégie rapportée, du niveau de calcul des participants et de la taille des nombres.

	Grands nombres				Nombres moyens				Petits nombres			
	Bons calculateurs		Mauvais calculateurs		Bons calculateurs		Mauvais calculateurs		Bons calculateurs		Mauvais calculateurs	
	RT Moyen	*SD*	RT Moyen	*SD*	RT Moyen	*SD*	RT Moyen	*SD*	RT Moyen	*SD*	TR moyen	*SD*
Récupération	4235	2553	9633	-	2251	1220	3252	1526	1547	581	2020	878
Compter à rebours	-	-	-	-	2061	514	4646	2441	1810	336	3208	2053
Addition inverse	-	-	-	-	4379	1128	5589	2486	3095	-	3584	-
Décomposition	6921	3777	10968	4649	3657	1290	5374	2607	-	-	-	-
Transformation	5123	2202	7206	3076	4531	2126	4837	2295	-	-	6007	-
Addition correspondante	3035	1212	-	-	3298	1764	4613	1556	-	-	-	-
Autre	-	-	8115	1774	7125	4234	7976	6328	-	-	881	-

III.3 Discussion

Tout d'abord, cette quatrième expérience réplique les résultats principaux rapportés précédemment: des temps de reconnaissance plus longs sont observés après les soustractions par rapport aux comparaisons lorsque des grands nombres sont impliqués ce qui suggère que ces types de problèmes (e.g., *61 - 42*) sont résolus par procédures algorithmiques. De plus, lorsque des petits nombres sont impliqués, les temps de reconnaissance ne différent pas en fonction de la tâche, ce qui suggère que ces types de problèmes sont résolus par récupération. Ce qui est plus intéressant est la différence de résultats que nous obtenons en fonction de l'habileté des participants pour les nombres moyens (e.g., *11 – 7* ou *17 – 9*). Alors que les temps de reconnaissance des opérandes ne sont pas significativement différents après une soustraction et une comparaison pour les participants "bons calculateurs", ils s'avèrent être plus longs pour les soustractions que pour les comparaisons pour les participants "mauvais calculateurs". Ceci suggère que les premiers ont recours à la récupération pour résoudre ce type de problème alors que les seconds font appel à des procédures reconstructives comme le comptage, la transformation ou la décomposition.

Le résultat frappant dans cette seconde expérience est que cette différence dans l'utilisation des stratégies en fonction du niveau de calcul des participants n'apparaît pas lorsque l'on prend en considération les protocoles verbaux. Effectivement cette variable n'a pas d'effet sur le pourcentage d'essais rapportés comme avoir été résolu par récupération et cette absence d'effet est observée quelle que soit la taille des opérandes. Plus précisément, si notre mesure comportementale montre de façon claire que lorsque des nombres moyens sont impliqués dans des soustractions, les processus de résolution différent en fonction du niveau de calcul des participants (i.e. "bons" et "mauvais"), la méthode plus classique basée sur l'introspection ne permet pas de mettre à jour de telles différences.

Cependant, alors que la tâche de vérification fait suite à une présentation séquentielle et auto-présentée des 3 nombres composant chaque essai, une tâche de production classique est présentée pour le recueil des protocoles verbaux. Cette différence dans les modes de présentation des problèmes pourrait être responsable de la différence dans les résultats obtenus. Pour étudier cette possibilité, nous avons demandé à 55 adultes de rapporter leurs stratégies (exactement comme dans la seconde expérience de cette étude). Douze problèmes ont été présentés selon la procédure utilisée dans notre paradigme : les trois nombres étaient auto-présenté séquentiellement et les participants devaient décider si le troisième nombre correspondait ou non à la différence des deux premier. Les participants étaient répartis en fonction de leur score au French Kit. Le score médian de l'ensemble de la population étudiée était de 57 et pour maximiser les chances d'obtenir deux groupes hétérogènes, 21 participants dont les scores étaient proches du score médian ont été retirés de l'analyse. Les analyses ont été réalisées avec les données de 34 participants. Le groupe des "bons calculateurs" était constitué de 17 participants dont le score moyen était de 77 (SD = 10.08, étendue 64 – 94) et le groupe des "mauvais calculateurs" comportait également 17 participants dont le score moyen était de 42 (SD = 6.30, étendue 30 - 49).

Exactement comme dans la précédente expérience, le pourcentage de problèmes moyens rapporté avoir été résolus par récupération ne diffère pas en fonction du niveau de calcul des participants (44 vs. 60% pour les mauvais et bons calculateurs respectivement, $F(1,32) = 2.84$, $p = .10$). Ainsi, même lorsque les problèmes sont présentés avec la même procédure que celle utilisée dans le paradigme de reconnaissance des opérandes, la méthode des protocoles verbaux échoue à mettre en évidence les différents patterns de résultats révélés par notre paradigme.

IV. Expérience 5

Comme nous ne voulions pas attirer l'attention des participants sur l'objectif de notre étude, les protocoles verbaux étaient toujours recueillis après la passation du paradigme de reconnaissance des opérandes, dans lequel les participants avaient résolu deux fois chaque soustraction. Par conséquent, lorsque les participant devaient rapporter les stratégies utilisées après une soustraction, celle-ci était résolue pour la troisième fois. On pourrait envisager qu'une procédure algorithmique soit utilisée par les "mauvais calculateurs" lors de la première présentation des soustractions, mais que la présentation répétée des mêmes opérations de taille moyenne les conduise à récupérer la réponse dans la dernière phase de l'expérience.

Mais cette interprétation semble tout à fait improbable sinon comment expliquer que les participants "bons calculateurs" ne bénéficient pas eux aussi de cette répétition. Si tel était le cas, leurs rapports verbaux devraient montrer une utilisation encore plus fréquente de la récupération que celle révélée par le paradigme de reconnaissance des opérandes. Cependant pour être certain que les résultats obtenus avec les protocoles verbaux n'étaient pas "contaminés" par notre paradigme, nous avons effectué une cinquième expérience dans laquelle seuls les rapports verbaux sont recueillis.

IV.1 Méthode

Participants

Quarante-deux étudiants de l'université de Genève sont répartis dans deux groupes en fonction de leur score au French Kit. Le score médian de l'ensemble de la population était de 53 et, comme pour les autres études, pour augmenter les chances d'obtenir deux groupe hétérogènes, 13 participants dont les scores étaient les plus proches de la médiane ont été retirés des analyses. Les analyses ont donc été réalisées avec les données de 29 participants. Le groupe des "bons calculateurs" était constitué de 14 participants dont le score moyen était de 75 (*SD* = 17.8, étendue de 60 – 118) et celui des "mauvais calculateurs" était formé de 15 participants dont le score moyen était de 40 (*SD* = 7.1, étendue de 24 – 47).

Matériel et procédure

La procédure et le matériel étaient identiques à l'expérience précédente.

IV.2 Résultats

La récupération n'était jamais rapportée par les participants, quel que soit leur niveau de calcul, lorsqu'ils expliquaient comment ils avaient résolu les soustractions impliquant de grands nombres. De plus, la récupération était la stratégie la plus largement rapportée aussi bien par les "mauvais" (93%) que par les "bons" (96%) calculateurs pour les petits problèmes. Finalement, les participants "mauvais calculateurs" rapportaient avoir récupéré le résultat de soustractions de taille moyenne dans 42% des essais et les "bons calculateurs" dans 44% des essais. Afin d'affiner cette description une ANOVA à 2 (niveau de calcul des participants : bon et mauvais) x 2 (taille des nombres : petit et moyen) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et le second en mesure répétée a été menée sur les pourcentages d'essais rapportés avoir été résolus par récupération. Seulement deux tailles de nombres ont été analysées car il n'y avait pas de variance pour les grandes additions. Seul l'effet de la taille des nombres était significatif, $F(1,27) = 90.91$, $p < .001$. Il n'y avait pas d'effet du niveau de calcul ($F<1$) ni d'interaction entre le niveau et la taille des nombres ($F<1$). Les comparaisons planifiées confirmaient cette absence d'interaction car si l'on considérait chaque taille de nombre séparément aucune différence n'apparaissait entre les "bons" et "mauvais" calculateurs ($F<1$ pour les deux).

IV.3 Discussion

Les résultats de cette étude montrent clairement que le recueil des protocoles verbaux, contrairement au paradigme de reconnaissance des opérandes, ne révèle aucune différence dans l'utilisation du répertoire stratégique en fonction du niveau de calcul des participants pour la résolution de soustractions impliquant des nombres moyens. Ces résultats rappellent ceux de la précédente expérience et confirment donc qu'ils n'étaient pas "contaminés" par notre paradigme.

V. Discussion des études 3, 4 et 5

Dans ces études sur la soustraction, nous montrons qu'il est plus long de reconnaître des grands nombres après leur implication dans une soustraction que dans une comparaison, alors qu'aucune différence n'est observée lorsque les problèmes concernent des petits nombres. Nous pouvons par conséquent conclure que les soustractions de nombres à deux chiffres sont plus souvent résolues par procédures algorithmiques et que celles impliquant des chiffres (i.e., inférieures à 10) sont majoritairement résolues par récupération. Le résultat le plus intéressant concerne la différence de résultat obtenue sur des problèmes comportant des nombres moyens en fonction du niveau de calcul des participants. Pour les "mauvais calculateurs", les temps de reconnaissance des opérandes sont plus longs après une soustraction qu'après une comparaison. En revanche, pour les "bons calculateurs", les temps de reconnaissance sont les mêmes quelle que soit la tâche. Ces résultats suggèrent que la récupération est utilisée uniquement par les "bons calculateurs" pour résoudre ce type de problème. Ce résultat, nouveau, n'émerge pas lorsque la méthode classique des protocoles verbaux est utilisée. Ce manque de fiabilité des protocoles verbaux est probablement dû au fait que les instructions données aux participants, lorsqu'on leur demande de rapporter leurs stratégies, peuvent les inciter à répondre en accord avec la perception qu'ils ont du comportement attendu par l'expérimentateur (LeFevre et al., 2006 ; Kirk & Ashcraft, 2001). Les sujets "mauvais calculateurs" sont particulièrement sensibles à ce type de biais, comme le montre le plus fort taux de récupération rapporté par rapport à celui utilisé réellement. Il est intéressant de noter que ce manque de fiabilité apparaît aussi dans le faible pourcentage d'additions inverses rapportées être utilisé par les participants. En effet, Campbell (2008) a montré que les problèmes moyens (« large simple problem » dans la terminologie de Campbell) sont résolus plus rapidement lorsqu'ils sont présentés dans un format d'addition (*6 + _ = 13*) que dans un format soustractif standard (*13 – 6 = _*), ce qui suggère que la soustraction est souvent résolue par une addition. Comme le paradigme de reconnaissance des opérandes, les mesures de Campbell s'avèrent être des mesures plus fiables et plus précises que celles des protocoles verbaux. Un autre avantage de ce paradigme est qu'il n'est pas non plus basé sur des temps de résolution, qui ont aussi été critiqués dans la littérature (LeFevre, Sadeski et al., 1996 ; Siegler, 1987, 1989). De plus, on pourrait prétendre que la meilleure performance de reconnaissance des opérandes en comparaison par rapport à la soustraction est seulement due à des temps de résolution plus lents pour ces dernières, ce qui entraînerait des délais de reconnaissance plus longs et donc une plus faible performance. Toutefois, nous avons montré que les temps de résolution plus longs sont dus à des temps de présentation plus longs du deuxième opérande pour les soustractions que pour les comparaisons, alors que les temps de présentation de la proposition de réponse (troisième nombre) sont plus longs pour les comparaisons que pour les soustractions. Ce dernier résultat est observé quelle que soit la taille des nombres. Il est donc tout à fait improbable que les différences observées dans les TR des reconnaissances soient le résultat d'une plus longue période de rétention dans le cas des soustractions. De plus il faut se souvenir que la différence dans les temps de reconnaissance affecte plus le deuxième opérande. En d'autres termes, lorsque le deuxième opérande est de nouveau présenté au participant pour la tâche de reconnaissance, le temps écoulé depuis sa première présentation est plus long dans la cas de la comparaison que dans le cas de la soustraction. Ainsi, la meilleure reconnaissance du deuxième opérande dans le cas de la comparaison ne peut pas résulter d'une plus courte période de rétention. Par conséquent, les différences observées entre comparaisons et soustractions ne peuvent pas être uniquement expliquées par des temps de résolution plus courts pour la comparaison.

Comme nous le savons, la dégradation des traces mémorielles est habituellement expliquée en termes de périodes de rétention plus longues (Towse & Hitch, 1995 ; Towse et al., 1998) ou en termes d'interférences. Nous avons vu que ceci n'est pas en accord avec nos résultats. Une seconde explication a pu, par conséquent, être retenue afin de comprendre les processus sous-jacents et qui apporte une justification au paradigme de reconnaissance des opérandes. L'activation concurrente de résultats transitoires dans le cas de procédures algorithmiques entraîne un partage des ressources attentionnelles entre les opérandes, leurs composantes et les résultats intermédiaires nécessaire pour arriver à la solution (Anderson, 1993). Ce partage entre les ressources attentionnelles peut expliquer des temps de reconnaissances relativement plus longs des opérandes après l'utilisation des stratégies reconstructives. Toutefois, ces explications (i.e., temps de rétention plus longs et interférences) peuvent être mises en avant dès que l'on admet que les stratégies reconstructives sont responsables de la dégradation mémorielle des opérandes. Mais serait-il possible que, des temps plus longs de reconnaissance des opérandes soient observés pour des soustractions qui ont été récupérées, à cause d'un coût cognitif plus important ? Deux arguments principaux ont été avancés pour justifier l'existence d'un coût cognitif dans la récupération des faits arithmétiques. Le premier, en accord avec Ashcraft (1992, 1995 ; Ashcraft & Battaglia, 1978), est que les faits arithmétiques seraient stockés dans un réseau représenté sous forme de tableau. Les processus de recherche ralentiraient au fur et à mesure de leur progression. Les faits les plus éloignés dans ce tableau seraient retrouvés avec un coût cognitif plus important que ceux se situant au début du tableau. Le second argument est que quelques problèmes (i.e., les plus petits) sont connus pour être acquis tôt (Zbrodoff, 1995) et résolus plus souvent que d'autres (Haman & Ashcraft, 1986). Ces éléments devraient entraîner de plus fortes associations entre les opérandes et les résultats pour les petits problèmes (Campbell, 1991 ; Campbell & Clark, 1989), entraînant une récupération plus rapide et plus performante que pour les grands problèmes (Anderson, 1993). Par conséquent, si le coût cognitif de la récupération des faits arithmétiques dépend des caractéristiques des problèmes soustractifs, une difficulté de reconnaissance des opérandes après la résolution d'un problème pourrait tout de même refléter des stratégies de récupération. Cependant, cette explication alternative de nos résultats est fortement improbable. En fait, la récupération des faits arithmétiques présuppose une focalisation relativement importante de l'attention sur les opérandes alors que comparativement la récupération est rapide et facile. En d'autres termes, l'attention est un critère d'amélioration de la rétention (Darley & Glass, 1975). De façon plus précise, il a été montré que plus on portait d'attention à un stimulus, meilleure était sa reconnaissance ultérieure (Greene, 1987, pour une revue). Par conséquent, il est impossible de pouvoir argumenter que les temps de reconnaissance plus longs obtenus avec notre paradigme reflètent une récupération exigeante (i.e., coûteuse).

Avant de terminer ce chapitre sur la résolution des soustractions par les adultes, une dernière interprétation alternative de nos résultat proposée par Campbell et Metcalfe (2008) doit être étudiée. Les auteurs remettent en question la validité du paradigme de reconnaissance des opérandes car ils suggèrent que les temps plus longs de reconnaissance des opérandes, observés après une opération arithmétique qu'après une comparaison peuvent être le résultat d'un coût cognitif dû à des changement de tâche dans un même test plutôt que le reflet des stratégies utilisées par les participants. Parce que l'on sait qu'il faut plus de temps pour passer d'une tâche difficile à une tâche facile que l'inverse (Arbuthnott, 2008 par exemple), Campbell et Metcalfe (2008) en concluent que nos résultats pourraient ne refléter que le résultat de la difficulté d'un coût de changement plutôt que des processus différents dans opérations numériques. Metcalfe et Campbell (sous presse) ont examiné cette explication alternative. Ils ont utilisé notre paradigme en ajoutant une nouvelle condition dans laquelle la reconnaissance des opérandes est remplacée par une tache de jugement de parité d'un nombre. Si nos résultats sont dus à des coûts de changement de tâche, alors le jugement de la parité devrait être plus long après une tâche difficile comme l'addition qu'après une tâche plus simple comme la comparaison. C'est exactement ce que Metcalfe et Campbell montrent. Ceci suggère que les effets du type et de la taille du problème (i.e ., soustraction et comparaison) que nous mettons en évidence prennent en compte, incluent, les coûts du passage d'une tâche difficile à une tâche facile. Cependant, comme l'ont admis ces auteurs ce « coût du changement » ne peut pas entièrement expliquer nos résultats. En effet, la différence dans les TR entre comparaisons et grandes additions est plus importante lorsqu'une tâche de reconnaissance (390 ms) plutôt qu'une tâche de jugement de parité (162 ms) est demandée, ce qui laisse 60% des effets de reconnaissance non expliqués par les coûts de changement. De plus ces coûts ne pourront jamais expliquer le fait que la reconnaissance des opérandes est plus longue après des opérations difficiles pour le deuxième opérande alors que ce n'est pas le cas pour le premier. Metcalfe et Campbell concluent que « cet aspect des performances dans le paradigme de reconnaissance des opérandes est difficile à expliquer en terme de coût de changement et confirme les conclusions de Thevenot et al. (2007) sur le fait que les temps de reconnaissance des opérandes sont sensibles aux stratégies arithmétiques spécifiques utilisées avant la décision de reconnaissance. » .

Pour résumer, le paradigme de reconnaissance des opérandes est une méthode d'étude fiable qui permet de déterminer si les individus ont recours à la récupération ou à des stratégies reconstructives pour résoudre de problèmes arithmétiques. Comme nous l'avons expliqué, le paradigme de reconnaissance des opérandes n'est pas une mesure indirecte des temps de résolution. Il bénéficie du fait que les procédures arithmétiques induisent un partage des ressources attentionnelles entre les opérandes, leurs composantes et les résultats intermédiaires pour pouvoir parvenir à résoudre le problème. Ce partage des ressources explique des temps de reconnaissance des opérandes relativement plus longs après des stratégies reconstructives. De plus, le paradigme de reconnaissance des opérandes évite les biais potentiels reliés aux protocoles verbaux. En fait, nous avons montré ici que cette méthode est une mesure d'investigation sensible qui permet de révéler des différences interindividuelles que les protocoles verbaux ne peuvent pas dévoiler. Cette série d'études permet de confirmer la validité de ce paradigme de reconnaissance des opérandes pour l'étude des procédures de résolution de problèmes arithmétiques. Nous allons maintenant le tester avec la multiplication. Cette opération, acquise par apprentissage « par cœur » des tables pendant la scolarisation à l'école primaire, est censée être l'opération résolue le plus souvent par récupération. Il est donc intéressant de pouvoir tester ce paradigme avec cette opération arithmétique et de regarder quels résultats vont être mis en évidence.

Chapitre 3 – Résolution des multiplications chez les adultes

I - Introduction

Les multiplications sont supposées être résolues, par les adultes, en récupérant les résultats dans un réseau associatif stocké en mémoire à long terme (Lépine et al., 2003 ; Roussel et al., 2002 ; Thibodeau et al., 1996). De plus certaines recherches postulent que non seulement les multiplications sont résolues par récupération mais qu'en plus cette récupération serait automatique. En d'autres termes, la simple présentation de deux chiffres devrait activer automatiquement leur produit. Thibodeau et al. (1996) ont montré que lorsque l'on présentait, à des adultes, deux nombres (opérandes) séparés par le symbole multiplicatif ('*X*'), ils avaient plus de difficulté à décider si un troisième nombre était ou non un des opérandes présentés auparavant lorsque ce nombre correspondait au produit des opérandes plutôt que lorsque la cible était neutre. Rusconi, et al. (2004) montrent que ce phénomène peut être observé même lorsque le symbole multiplicatif n'est pas présent. De plus, Galfano et al. (2003) montrent que la simple présentation de deux nombres, avec aucune instruction de retrouver le résultat, non seulement active le produit, mais aussi les nombreux produits voisins (i.e., proches) stockés dans le réseau. Néanmoins, d'autres études montrent que les adultes rapportent utiliser d'autres procédures que la récupération pour résoudre des multiplications, spécialement pour des problèmes composés de grands chiffres (e.g., *7 x 8*; Campbell & Xue, 2001 ; Hecht, 1999 ; LeFevre, Bisanz et al., 1996). Plus précisément LeFevre et al.

(1996) montrent que les adultes déclarent récupérer le résultat dans 80% des essais, mais disent aussi appliquer des règles (e.g., quelque chose fois 0 est égal à 0), répéter des additions (e.g., $3 \times 2 = 3 + 3$) ou des séries de nombres (e.g., $5 \times 3 = 5, 10, 15$) et de faits dérivés (e.g., $6 \times 7 = (6 \times 6) + 6$). Ces résultats contestent les théories qui présument que la récupération directe en mémoire à long terme est la seule procédure utilisée par les adultes pour résoudre des problèmes simples (Ashcraft, 1992 ; Campbell, 1995). Nous proposons donc d'utiliser notre paradigme pour essayer de faire la lumière sur les stratégies utilisées par les adultes pour résoudre des multiplications composées de nombres petits et moyens. Les tables de multiplications sont apprises systématiquement par les enfants dès la classe de CE2 (i.e., 3ème année de primaire) et cet apprentissage se poursuit tout au long de leur scolarité primaire, c'est à dire jusqu'en CM2 (i.e., 5ème année de primaire). Les tables de multiplication les plus « petites » (i.e., table de 1, 2 et 3) sont celles apprises le plus tôt et donc répétées le plus souvent et le plus longtemps, pendant la scolarité et tout au long de la vie. Nous avons montré, dans le 1er chapitre, avec le paradigme de reconnaissance des opérandes, que les performances de reconnaissance n'étaient pas différentes après une addition et après une comparaison et que par conséquent les adultes récupéraient le résultats de petites addition. Roussel et al. (2002) ont montré que les petites multiplications étaient vérifiées aussi rapidement (997 ms) que de petites additions (990 ms). Nous formulons donc l'hypothèse que les adultes récupéreront le résultat de petites multiplications en mémoire à long terme. Pour les multiplications de taille moyenne, il est difficile d'avoir une hypothèse précise compte tenu du fait que dans la littérature, les résultats divergent en fonction des études. Cependant, comme dans les précédentes études, nous allons prendre en compte le niveau de calcul des participants (i.e., "bon" et "mauvais") ce qui devrait nous permettre d'affiner nos résultats. Cependant, le fait que la multiplication soit la seule opération arithmétique faisant l'objet d'un apprentissage « par cœur » lui confère un statut particulier au sein des opérations arithmétiques, par conséquent il est probable que les sujets ne se comportent pas comme pour les autres opérations déjà étudiées.

II. Expérience 6

II.1 Méthode

Participants

Soixante-sept étudiants de l'université Blaise Pascal ont participé à cette étude. Ils ont été répartis en deux groupes en fonction de leur score au subtest du French Kit (French et al., 1963). Comme dans nos précédentes études, pour optimiser les chances d'obtenir deux populations hétérogènes, 19 participants dont les scores étaient proche de la médiane ont été retirés des analyses. Les analyses ont donc été menées avec les données de 48 participants. Le score médian pour l'ensemble des sujets était de 52. Le groupe des "mauvais calculateurs" était constitué de 24 participants avec un score moyen de 36.08 (SD = 5.84 ; étendue 24 – 43). Le groupe des "bons calculateurs" était composé de 24 participants dont le score moyen était de 67.79 (SD = 12.70, étendue 55 – 116).

Matériel

Comme pour les autres opérations, chaque essai expérimental est composé de quatre nombres présentés séquentiellement : le premier opérande, le deuxième opérande, la réponse et la cible.

Les opérandes correspondent à 16 paires de chiffres différents (voir annexe 5). Huit de ces paires sont composées de « petits » nombres compris entre 1 et 9. Le deuxième opérande est toujours 2, 3 ou 4 et la différence entre le premier et le deuxième opérande est toujours supérieure à 1 pour permettre une comparaison avec un troisième nombre. Ces huit paires de chiffres ont été choisies de façon aléatoire parmi une série de 18 qui correspondaient aux critères définis. Huit paires de nombres moyens, compris entre 4 et 9, ont été choisies de façon aléatoire parmi les 10 qui correspondaient aux critères définis.

Le reste du matériel est identique à celui des autres opérations. Pour éviter que les sujets n'utilisent un jugement de plausibilité, les fausses réponses proposées correspondaient à l'un des voisins les plus près de l'un ou l'autre des deux opérandes (Krueger, 1986 ; Lemaire & Fayol, 1995 ; Masse & Lemaire, 2001).

Chaque participant voit 64 essais expérimentaux : 16 paires de nombres x 2 tailles de nombre (petits et moyens) x 2 tâches (multiplication et comparaison).

Comme à chaque fois pour les adultes, afin d'éviter une stratégie de mémorisation systématique des opérandes nous avons ajouté 128 distracteurs qui correspondent à des items sans tâche de reconnaissance. Au total, chaque participant voit donc 192 items présentés de façon aléatoire.

Procédure

La procédure utilisée dans cette étude est identique aux précédentes.

II.2 Résultats

Le taux de réponses correctes aux problèmes est élevé (.87, .95 pour la multiplication, avec des petits et moyens opérandes et .94, .95 pour la comparaison). Ces résultats montrent que les sujets accordent une attention suffisante aux problèmes pour procéder à la tâche de reconnaissance.

Analyse des taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance

Comme dans toutes nos premières études portant sur une opération arithmétique particulière, et bien que nous avons ayons indiqué que les taux de réponses correctes n'étaient pas très informatifs, nous avons choisi de les présenter par souci d'uniformité.

Parmi les 64 essais expérimentaux par participants, seuls 32 essais composés d'une cible (premier ou deuxième opérande) sont analysés. Parmi les 1536 essais (48 participants x 32 essais), 108 ont été identifiés comme des réponses incorrectes aux problèmes et ont donc été écartées, ce qui représente moins de 7% des essais.

Une analyse de variance (ANOVA) à 2 (habileté des participants : faible et forte) x 2 (taille des nombres : petits et moyens) x 2 (type de problème : multiplication et comparaison) x 2 (cible : premier et deuxième opérande) a été réalisée sur les taux de réponse corrects avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les trois autre facteurs en mesure répetée. Les taux de réponses correctes étaient très élevés et l'analyse n'a révélé aucun résultat significatif (voir tableau 9).

Tableau 9. Moyenne en pourcentage de réponses correctes à la tâche de reconnaissance en fonction du niveau de calcul des participants, de la taille des nombres, du type de problème et du type de cible.

		Bons calculateurs				Mauvais calculateurs			
		Multiplication		Comparaison		Multiplication		Comparaison	
		M	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*	*M*	*SD*
Premier opérande	Grand	.97	.02	.97	.02	.93	.02	.96	.02
	Petit	.9 6	.03	.97	.02	.91	.03	.97	.03
Deuxième opérande	Grand	.94	.03	.97	.03	.95	.03	.91	.02
	Petit	.99	.02	.98	.02	.94	.02	.94	.03

Analyse des temps de réaction (TR) à la tâche de reconnaissance

Soixante-neuf essais pour lesquels la cible n'avait pas été reconnue ont été retirés des données, ce qui représente un peu moins de 5% des essais. Une ANOVA de même type que dans la précédente analyse a été réalisée sur les TR (voir figure 8).

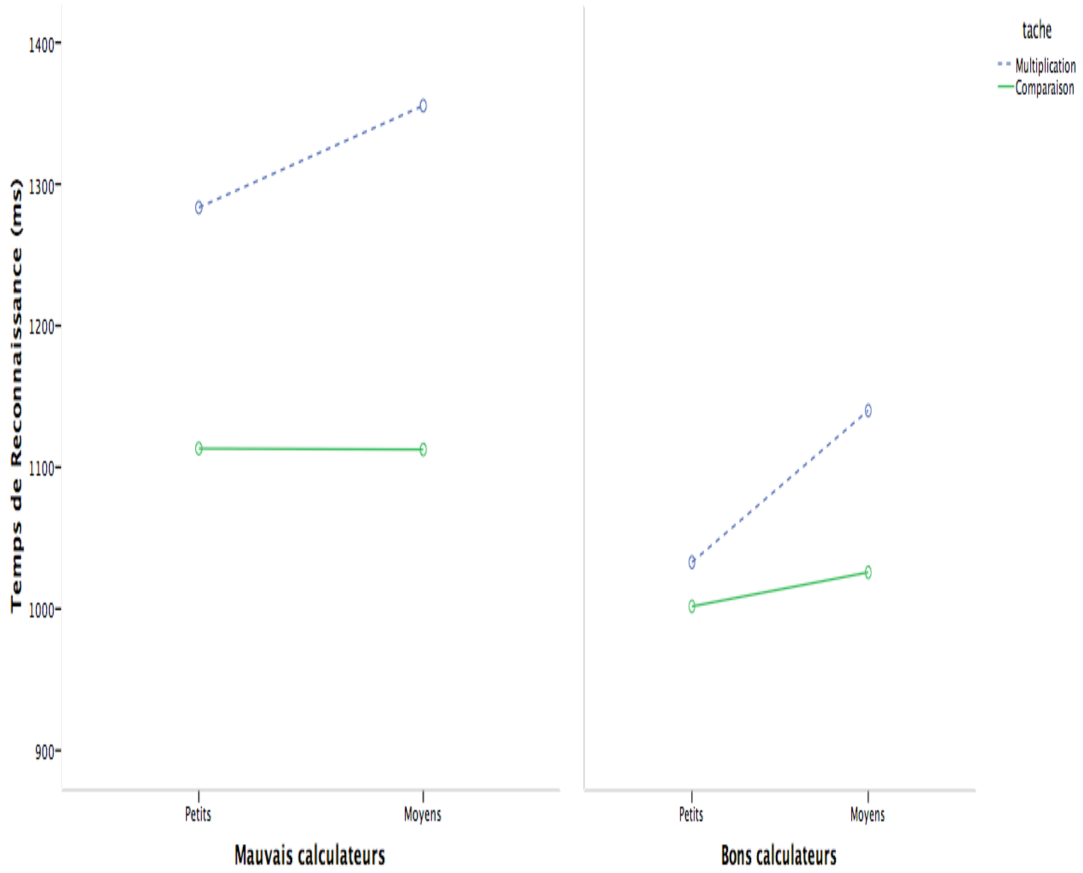

Figure 6. Temps de reconnaissance des opérandes en fonction du niveau de calcul des participants, de la tâche et de la taille des nombres.

Les temps de reconnaissance étaient plus élevés après une multiplication (1203 ms) qu'après une comparaison (1064 ms), $F(1,46)= 5.08$, $CME = 84264$, $p <.001$. Ils étaient aussi plus importants quelle que soit la tâche lorsque des grands nombres étaient impliqués (1159 ms) plutôt que lorsque les nombres étaient petits (1108 ms), $F(1,46) = 4.18$, $CME = 58983$, $p = .05$. Les temps de reconnaissance étaient également plus élevés pour les "mauvais calculateurs" (1216 ms) que pour les "bons calculateurs" (1051 ms), $F(1,46)= 4.43$, $CME = 591754$, $p = .04$. Il était aussi plus long pour les participants de reconnaître le premier opérande (1211 ms) que le deuxième (1056 ms), $F(1,46) = 21.07$, $CME = 109034$, $p <.001$. Cet effet interagissait avec la tâche, $F(1,46) = 8.98$, $CME =$

63649, p = .004 : le temps de reconnaissance du premier opérande était plus élevé après une multiplication qu'après une comparaison, $F(1,46) = 26.67$, *CME* = 68026, p <.001. Le dernier effet significatif retrouvé était l'interaction entre la tâche et le niveau de calcul des sujets, $F(1,46) = 5.08$, *CME* = 428669, p = .03. Après une multiplication, les participants "mauvais calculateurs" étaient plus longs que les participants "bons calculateurs" pour reconnaître les opérandes, $F(1,46) = 7.04$, *CME* = 367358, p = .01. Ceci n'était pas le cas après une comparaison, $F(1,46)$= 1.51, *CME* = 308660, p = .22.

Une série de comparaisons planifiées a été menée pour tester nos prédictions. Les résultats ont montré que les temps de reconnaissance des opérandes étaient plus longs après une multiplication qu'après une comparaison lorsque des grands nombres étaient impliqués et ceci quel que soit le niveau de calcul des participants : $F(1, 46)$ = 23.91, *CME* = 64102, p <.001, pour les "mauvais calculateurs", et $F(1, 46) = 5.08$, *CME* = 428669, p = .03 pour les "bons calculateurs". Lorsque des petits nombres étaient impliqués, aucune différence dans les temps de reconnaissance entre les deux tâches n'était relevée concernant les participants "bons calculateurs" (F<1), alors que les "mauvais calculateurs" avaient des temps de reconnaissance plus longs après une multiplication qu'après une comparaison, $F(1, 46) = 6.43$, *CME* = 442368, p = .01.

Analyse des temps de résolution

Une ANOVA à 2 (habileté des participants : faible et forte) x 2 (taille des nombres : petits et grands) x 2 (type de problème : comparaison et multiplication) avec le premier facteur en mesure inter-sujet et les deux autres facteurs en mesure répétée a été effectuée sur les temps de résolution (i.e., temps total de présentation à l'écran du premier opérande + le deuxième opérande + le troisième opérande, cf. figure 9)

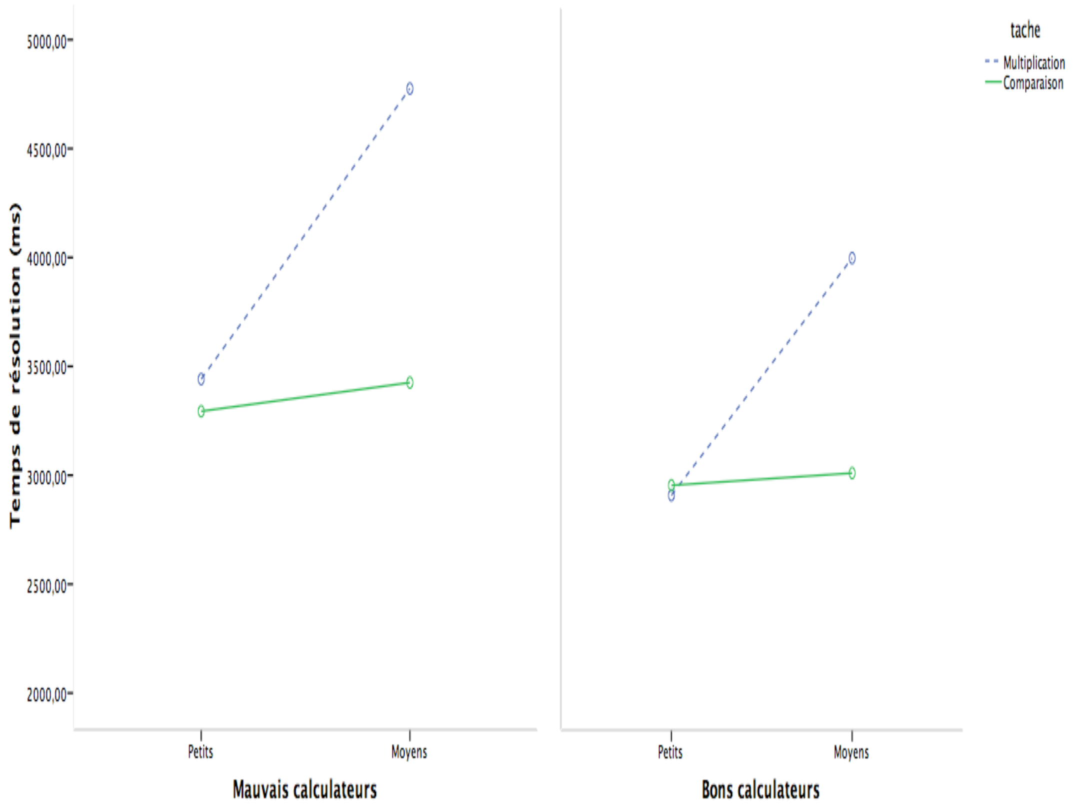

Figure 7. Temps de résolution en fonction du niveau de calcul des participants, du type de tâche et de la taille des nombres.

Pour les temps de résolution des problèmes, les participants "bons calculateurs" étaient plus rapide (3227 ms) que les participants "mauvais calculateurs" (3734 ms), $F(1,46) = 5.29$, $CME = 2.333^{E}6$, $p = .03$. Les comparaisons (3175 ms) étaient résolues plus rapidement que les multiplications (3786 ms), $F(1,46) = 18.30$, $CME = 979275$, p

$<.001$ et les petits problèmes (3153 ms) étaient résolus plus rapidement que les grands (3807 ms), $F(1,46) = 35.48$, $CME = 578948$, $p < .001$.

Concernant les temps de présentation, les sujets étaient toujours plus longs lorsque les nombres présentés étaient impliqués dans une multiplication que dans une comparaison ($F(1,46) = 15.99$, CME = 489275, $p < .001$ pour n2 et $F(1,46) = 8.24$, $CME = 409395$, $p = .006$ pour n3).

II.3 Discussion

Les résultats de cette expérience révèlent qu'il est plus difficile de reconnaître des grands opérandes après une multiplication que suite à une comparaison avec un troisième nombre. Ces résultats suggèrent que la plupart de ces multiplications sont résolues par des procédures algorithmiques. Au contraire, aucune différence n'est observée lorsque des petits nombres sont concernés, ce qui signifie que la récupération en mémoire à long terme est la stratégie adoptée par les participants. De plus, ces patterns de résultats sont modulés par le niveau de calcul des participants. Une différence dans les temps de reconnaissance des opérandes entre multiplication et comparaison est observée pour les participants "mauvais calculateurs" lorsque les nombres impliqués sont de petits nombres. Ces résultats indiquent que les participants "mauvais calculateurs" recourent à des procédures algorithmiques pour résoudre ce type de problème, alors que les "bons calculateur" récupèrent le résultat en mémoire à long terme.

Ce résultat est surprenant dans la mesure où il diffère de celui retrouvé pour les autres opérations arithmétiques : tous les participants, quel que soit leur niveau de calcul, récupéraient les résultats de petites additions et soustractions en mémoire à long terme. La différence entre les deux types de calculateurs s'observait sur les opérations de taille moyenne. On pouvait donc s'attendre à ce que tous les participants récupèrent le résultat de petites multiplications en mémoire à long terme et ceci d'autant plus que la multiplication a un statut particulier au sein de ce groupe d'opérations arithmétiques. En effet, l'apprentissage de la multiplication est différent de celui des autres opérations car il repose sur un apprentissage « par cœur » des tables. Tous les adultes ont appris, au cours de leur scolarité primaire, les tables de multiplications. Les petites tables de multiplications sont apprises en premier, donc répétées, récitées, rappelées le plus souvent. Plus tard au cours du développement, elles restent celles qui sont pratiquées le plus souvent dans la vie quotidienne. En revanche, les opérations les plus grandes, sont apprises plus tard ont donc été répétées, récitées moins souvent et sur une période de temps plus courte. Cette différence dans les résultats entre addition, soustraction, d'une part et multiplication d'autre part, peut s'expliquer par la construction de notre matériel et notamment par le choix de nos « petits » items.

D'autres part, les résultats montrent que pour le premier opérande (n1) les temps de reconnaissance sont toujours plus longs après une multiplication qu'après une comparaison. L'explication que l'on pourrait alors apporter ici, est que des temps de reconnaissance plus longs du premier opérande seraient uniquement dû à des temps de résolution plus important dans le cas de la multiplication, donc nos conclusions seraient basées uniquement sur des mesures de temps de résolution et pourraient être soumises aux critiques formulées par Siegler (1987, 1989) et LeFevre, Sadesky et al.(1996). Cependant, une autre explication pourrait être apportée. Les petites multiplications sont présentées plus tôt et pratiquées plus fréquemment que les problèmes avec de grands opérandes (Graham & Campbell, 1992). Ainsi pour résoudre une grande multiplication (i.e., *7 x 4*), qui est une opération difficile, les participants peuvent dans un premier temps essayer de la rendre plus simple en inversant les opérandes (i.e., mettre les plus petit en premier : *4 x 7*). S'ils ne récupèrent pas directement la réponse, alors ils pourront utiliser une autre procédure. Cooney et al. (1992) font référence à l'utilisation de procédures dérivées d'autres faits multiplicatifs. Ces solutions sont des solutions « mixtes » car elles impliquent la récupération d'un autre fait multiplicatif plus un ajustement (addition ou soustraction). Par exemple, le problème *7 x 8* peut être résolu en retrouvant *7 x 7* puis en ajoutant *7* à *49* pour arriver à la solution. Les participants pourraient donc résoudre une multiplication en récupérant le résultat d'un autre problème dans une des tables des deux opérandes puis effectueraient une addition pour retrouver la réponse finale. LeFevre et Morris (1999) montrent que cette stratégie est utilisée par la majorité de leurs participants pour les problèmes dont le produit est supérieur à 40, ce qui est le cas pour la plupart nos problèmes qualifiés de grands. Soit ils retrouveront le résultat en mémoire en amorçant le rappel de la table de multiplication du plus petit opérande par un autre problème que celui présenté (e.g., *4 x 7 = ? → 4 x 5 = 20, 4 x 6 = 24, 4 x 7 = 28*) soit ils feront appel à une procédure dérivée à partir d'un autre fait multiplicatif récupéré mais n'amorçant pas la suite de la table (e.g., *4 x 7 = ? → 4 x 5 = 20, 20 + 4 = 24, 24 + 4 = 28*). Dans tous les cas l'attention portée sur l'opérande le plus petit est plus importante que celle portée sur le plus grand. Il faut se souvenir que le matériel de cette étude est construit de façon telle que le plus grand des opérandes est toujours présenté le premier et qu'il correspond donc à n1. Donc l'opérande le plus petit (ici n2) est gardé intacte en mémoire de travail contrairement au plus grand (n1). Cette différence du temps de reconnaissance en faveur du deuxième opérande n'est peut-être due qu'à un problème méthodologique concernant la construction de notre matériel.

Ce paradigme semble avoir fait ces preuves chez les adultes, pour l'addition et la soustraction. oncernant la multiplication, les résultats obtenus avec le paradigme de reconnaissance des opérandes nous permettent de dire que les adultes ne récupèrent pas les résultats des grandes multiplications en mémoire à long terme. En revanche, nous ne pouvant pas répondre avec certitude pour les petites multiplications. Pour le faire, une classification plus discriminante des petites multiplications doit être réalisée. D'autre part, il nous faudra contrebalancer l'ordre de présentation des opérandes dans les items, ce qui nous permettra d'approfondir nos connaissances sur les types de stratégies mises en œuvre par les adultes pour résoudre des multiplications.

Ce paradigme qui a permis d'étudier, avec succès, les stratégies mises en œuvre par les adultes lors de la résolution d'additions, de soustractions et dans une moindre mesure de multiplications. Il semble tout à fait adapté pour étudier les stratégies utilisées par les enfants.

Nous allons voir que, comme chez les adultes, les résultats des différentes études divergent quant à la façon dont les opérations arithmétiques simples sont résolues par les enfants. Nous avons choisi d'étudier la résolution des additions (i.e., qui se met en place la première au cours du développement et qui est la plus souvent pratiquée, donc la plus familière) chez des enfants de 10 ans (i.e., en classe de CM2 soit en 5ème année de primaire) car, c'est pour ce groupe d'âge que les inconsistances dans les résultats de la littérature sont le plus notables.

Chapitre 4: Résolution des additions par les enfants[3]

I - Introduction

Nous avons vu en première partie de ce travail que les recherches portant sur le développement des habiletés arithmétiques ont mis en évidence cinq classes générales de stratégies utilisées par les enfants pour résoudre des additions simples comme *3 + 5*. Elles concernent : l'utilisation d'objets, le comptage sur les doigts, le comptage verbal, les décompositions et enfin, la récupération directe du résultat en mémoire (Carpenter & Moser, 1983 ; Siegler, 1987). Le passage du comptage sur les doigts au comptage verbal se met en place progressivement et dépend principalement de la capacité de l'enfant à contrôler mentalement le déroulement du calcul et à conserver la trace de ce qui a déjà été compté par rapport à ce qu'il reste à compter. Plus tard au cours du développement, les additions sont résolues en utilisant une stratégie de récupération directe de la réponse en mémoire à long terme. Par exemple, il n'est plus nécessaire pour l'enfant de compter pour résoudre *3 + 5*, il sait que la réponse est *8* (Ashcraft & Fierman, 1982 ; Siegler & Shrager, 1984).

Les premiers modèles concevaient le développement de l'arithmétique comme une succession de stades, chacun de ces stades étant caractérisé par un type de stratégie particulier. Cette conception a été abandonnée au profit de celle de Siegler (1996), qui stipule que les enfants disposent à tous les âges d'un éventail de stratégies, même pour

[3] Fanget, M., Thevenot, C. , Castel, C., Fayol,M. (soumis). Stratégies de récupération en mémoire ou résolution procédurale des additions chez les enfants de 10 ans : utilisation du paradigme de reconnaissance des opérandes.

résoudre les problèmes les plus simples. Les individus tendraient à utiliser la stratégie la plus efficace et la moins coûteuse pour un problème donné (Siegler & Shrager, 1984). Les changements de stratégies s'expliquent par le fait qu'au cours du développement, de nouvelles stratégies sont acquises, la fréquence d'utilisation des stratégies antérieures se modifie, celles qui se maintiennent deviennent plus précises et plus rapides et enfin, la pertinence des choix stratégiques disponibles s'améliore (Siegler & Jenkins, 1989). Ainsi, les stratégies de résolution des opérations arithmétiques évoluent et se diversifient et, à son entrée à l'école élémentaire, l'enfant a déjà une longue expérience de la pratique de l'addition et a développé diverses stratégies. De toutes celles-ci, la plus rapide et la plus sûre est la récupération directe du résultat en mémoire. La pratique répétée du comptage devrait amener les enfants à passer d'une résolution procédurale à une résolution à dominante déclarative (Barrouillet & Fayol, 1998). Cette pratique répétée conduit en effet à mémoriser des associations entre les opérandes et le résultat. Lorsque cette association est suffisamment forte, le résultat est alors directement activé par la présentation des opérandes et récupéré en mémoire (Ashcraft, 1992). La récupération de ces faits numériques semble donc être le mode privilégié de résolution pour les additions dont la somme est comprise entre 0 et 18, et ceci dès l'âge de 10 ans (Ashcraft, 1982 ; Ashcraft & Fierman, 1982 ; Siegler & Shrager, 1984 ; Svenson & Broquist, 1975). Cependant, les données recueillies par Lépine et al. (2003) montrent, chez des enfants du même âge, un effet de la taille des opérandes plus important pour les additions que pour les multiplications, tant en termes de vitesse de résolution qu'en termes d'erreurs (voir aussi Roussel et al., 2002). Contrairement à l'hypothèse d'une récupération des résultats des additions simples en mémoire, ce résultat suggère, comme évoqué par Barrouillet et Fayol (1998), que les additions sont résolues par les enfants de 10 ans à l'aide d'une procédure de comptage qui serait d'autant plus longue et coûteuse que les opérandes sont grands. Pour ces auteurs, plutôt qu'un changement menant de l'utilisation de procédures algorithmiques à la récupération directe en mémoire à long terme, les processus de développement pourraient être des processus d'acquisition et de renforcement des stratégies. En effet, l'amélioration des performances des enfants pourraient non pas relever de récupérations plus fréquentes des faits arithmétiques, mais plutôt d'une automatisation progressive des procédures de comptage (Baroody, 1983).

La contradiction entre les études stipulant que les enfants recourent dès l'âge de 10 ans à la récupération pour tout problème simple et les conclusions de Barrouillet et Fayol (1998) selon lesquelles ces problèmes sont résolus par comptage, pourrait trouver sa source dans l'utilisation de méthodes qui ne sont pas toujours très adaptées aux buts recherchés. Ainsi, comme nous l'avons déjà mentionné, les temps de résolution constituent une mesure classique à partir desquels les stratégies des enfants et des adultes sont inférées (Groen & Parkman, 1972, par exemple). Cette méthode a été critiquée notamment par Siegler (1987, 1989). La méthode des protocoles verbaux est donc préférée par certains auteurs (LeFevre, Sadesky et al., 1996 par exemple). Cette méthode a également été largement critiquée, tant dans le domaine de la psychologie cognitive en général (Ericsson & Simon, 1993 par exemple) que dans le domaine particulier de l'arithmétique (Kirk & Ashcraft, 2001).

L'utilisation de ce paradigme semble tout spécialement adaptée à l'étude des stratégies auprès d'enfants car moyenner les données et se fier aux protocoles verbaux est encore plus problématique chez l'enfant que chez l'adulte. D'une part, le panel de stratégies utilisé par les enfants est plus large que chez l'adulte. En effet, peu d'adultes recourent encore au comptage sur les doigts ou au comptage verbal par incrémentation de un pour résoudre des problèmes arithmétiques. Les risques de conclusions erronées lors du moyennage de temps de résolution très différents à travers les essais sont évidemment plus élevés lorsque les temps varient énormément d'un essai à l'autre. De fait, ces risques augmentent en fonction du nombre de stratégies à disposition du participant. L'étude de Groen et Parkman (1972), basée précisément sur les temps de résolution, concluait que les enfants jeunes résolvent toujours les problèmes additifs simples en comptant à partir du plus grand des deux opérandes le nombre de pas indiqués par le plus petit (i.e., stratégie *min*). Plus précisément, Groen et Parkman ont montré que la taille du plus petit opérande est le meilleur prédicteur du temps de résolution et expliquerait 70 % de la variance des temps de résolution. Or les études basées sur les protocoles verbaux des enfants ne sont pas du tout en accord avec ces conclusions. En effet, les enfants disent ne pas utiliser seulement la stratégie *min*, mais rapportent compter à partir de l'un ou l'autre des opérandes, retrouver le résultat en mémoire, ou bien encore décomposer le problème. En fait, les résultats de Groen et Parkman ne sont répliqués que lorsque les données de tous les problèmes sont moyennées (Siegler, 1987). Les résultats de Siegler peuvent également être sujet à critique puisque le recours aux reports verbaux est encore moins fiable chez l'enfant que chez l'adulte. Plus précisément, certaines études révèlent le manque de concordance entre ce que dit l'enfant sur sa manière de réaliser les tâches et ce qu'il fait réellement (Baker & Brown, 1984 ; Cavanaugh & Borkowski, 1980). Ce manque de fiabilité du report verbal est sans doute accentué chez les enfants en école primaire puisque leur développement cognitif ne leur permet pas le niveau de réflexion et d'introspection requis (Focant & Grégoire, 2005). De plus, comme noté par LeFevre et al. (2006) et Kirk et Ashcraft (2001), demander à des individus de rapporter leurs stratégies peut les pousser à répondre selon leur perception de comportements désirables dans le cadre de l'expérience (Furnham, 1986 ; Paulhus, 1984). Évidemment, dans ce contexte, le statut d'adulte confère à l'expérimentateur une autorité qui rend le biais de désirabilité particulièrement prégnant chez les enfants. La récupération étant la stratégie la plus désirable à l'école, il est possible que les enfants disent récupérer les faits arithmétiques même lorsqu'ils ont compté.

Ainsi, pour résumer, les conclusions de la littérature relatives aux stratégies utilisées par les enfants en arithmétique ne sont pas consistantes. Ces inconsistances peuvent potentiellement trouver son origine dans les faiblesses des méthodes d'investigation classiquement utilisées. Notre paradigme de reconnaissance des opérandes parait être une méthode plus appropriée pour déterminer le type de stratégies utilisées par les enfants pour résoudre des additions simples. Nous avons choisi d'étudier des enfants de 10 ans car, comme nous l'avons vu plus haut, c'est pour ce groupe d'âge que des inconsistances dans les résultats de la littérature sont notables. Nous avons donc demandé à des enfants de 5$^{\text{ème}}$ année primaire (i.e., CM2) de résoudre des problèmes additifs ainsi que d'effectuer des comparaisons puis de reconnaître les opérandes impliqués dans ces problèmes. Comme nous l'avons déjà expliqué pour les adultes, si les problèmes sont résolus par récupération du résultat en mémoire, nous n'observerons aucune différence dans les performances de reconnaissance des opérandes en fonction de la tâche. Au contraire, si les problèmes sont résolus par les enfants par stratégies reconstructives, les performances de reconnaissance des opérandes seront meilleures après une comparaison qu'après une addition. Afin de s'assurer que notre paradigme et sa logique sont applicables à l'enfant aussi bien qu'à l'adulte, nous avons proposé des couples de grands nombres pour lesquels il est sûr que les enfants ne peuvent récupérer le résultat de l'addition en mémoire (i.e., sommes supérieures à 20). D'autre part, et dans le but de mettre en évidence d'éventuelles différences de stratégies concernant les 100 faits arithmétiques de base, notre matériel a été construit afin d'étudier des additions dont la somme est inférieure à 10 et d'autres dont la somme est comprise entre 11 et 18.

La présente étude vise à donc à montrer que les enfants retrouvent en mémoire le résultat de petites additions et utilisent des procédures algorithmiques pour résoudre des additions de plus grande taille. Pour tester cette hypothèse, nous demandons à des enfants de reconnaître des opérandes, soit après une addition, soit après une comparaison avec un troisième nombre.

II. Expérience 7

II.1 Méthode

Participants

Quarante-deux enfants en classe de CM2 ont participé à cette expérience. L'âge moyen des enfants était de 10 ans et 4 mois (étendue : de 9 ans 11 mois à 10 ans et 10 mois).

Matériel

Les opérandes correspondaient à 24 paires de nombres différentes (voir annexe 6). Huit de ces paires étaient composées de « petits » nombres compris entre 1 et 9, dont la somme n'excédait pas 10, et dont la différence était toujours supérieure à 1 pour pouvoir les comparer à un troisième nombre. Ces huit paires de nombres ont été choisies au hasard parmi les 16 qui correspondent aux critères exposés. Huit paires étaient composées de nombres « moyens » compris entre 4 et 9 Leur somme était supérieure ou égale à 12 et leur différence était supérieure à 1. Ces huit paires ont été choisies au hasard parmi les 17 qui correspondaient aux critères exposés. Enfin, huit paires étaient composées de « grands nombres » compris entre 7 et 18 et dont la somme était supérieure à 20. Le deuxième opérande était toujours inférieur à 10 et ces « grandes additions » comprenaient toujours une retenue et ne se terminaient jamais par zéro. Ces critères ont été retenus afin d'optimiser la probabilité d'une résolution algorithmique (i.e., pas de récupération possible) et nous permettaient ainsi d'attester la validité de notre paradigme chez les enfants. Si aucune différence dans les performances de reconnaissance entre addition et comparaison n'est observée pour cette catégorie spécifique, alors nous pourrons conclure que les enfants ne sont pas sensibles à notre manipulation. Les huit paires de nombres dans cette catégorie ont été choisies au hasard parmi les 18 qui correspondaient aux critères exposés. Le reste du matériel était identique à celui utilisé chez les adultes.

Chaque participant était donc confronté à 96 essais expérimentaux : 8 paires de nombres x 3 tailles (petits, moyens, grands) x 2 tâches (additions et comparaison) x 2 réponses (oui ou non). Pour que les participants se familiarisent avec le matériel, 12 essais d'entraînement, différents de ceux de l'expérience, étaient présentés. Une fois l'expérimentateur assuré que le participant avait bien compris ce que l'on attendait de lui, la phase expérimentale débutait.

Procédure

La procédure était tout à fait identique à celle utilisée dans les précédentes études.

II.2 Résultats

Après avoir retiré les données d'un enfant qui ne présentait que 10% de réponses correctes à la tâche vérification, les taux de réponses correctes étaient relativement élevés (.91, .89, .82 pour les additions avec des petits, moyens et grands nombres, respectivement, et .85, .83, .75 pour les comparaisons), ce qui atteste que les enfants accordaient une attention suffisante au problème précédant la tâche de reconnaissance.

Analyse des taux de réponses correctes à la tâche de reconnaissance

Parmi les 96 essais expérimentaux par participant, seuls les essais pour lesquels la cible (N4) correspondait soit au premier soit au deuxième opérande était présentée à la tâche de reconnaissance ont été analysés, soit 48 essais. Une analyse de variance (ANOVA) à 3 (taille des nombres : petits, moyens et grands) x 2 (type de tâche : addition versus comparaison) x 2 (type de cible : N1 ou N2) facteurs avec mesures répétées a été effectuée sur les réponses correctes à la tâche de reconnaissance (Tableau 10).

Tableau 10. Taux de reconnaissance des opérandes en fonction de la taille des nombres et du type de problème.

	Premier opérande				Second opérande			
	Addition		Comparaison		Addition		Comparaison	
	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*
Grand	.60	.33	.85	.16	.79	.23	.86	.17
Moyen	.71	.28	.78	.25	.77	.29	.79	.25
Petit	.77	.27	.84	.16	.81	.25	.87	.18

Les scores de reconnaissance variaient en fonction de la taille des nombres $F(2,80) = 3.63$, $CME = .04$, $p = .03$, les enfants reconnaissaient mieux les petits opérandes (.82) que les opérandes moyens et grands (.76 et .77). Ces scores variaient également en fonction du type de tâche à effectuer $F(1,40) = 11.06$, $CME = .09$, $p = .002$: la reconnaissance était meilleure suite à une comparaison que suite à une addition (.83 et .74 respectivement). De façon plus intéressante, la taille des nombres et le type de tâche interagissaient $F(2,80) = 3.72$, $CME = .04$, $p = .03$. La reconnaissance était moins bonne après une addition qu'après une comparaison, mais uniquement pour les grands nombres ($F(1,40) = 18.999$, $CME = .05$, $p < .001$). Cette différence n'était pas significative pour les petits nombres et les nombres moyens ($F<1$).

D'autre part, le second opérande était plus souvent reconnu que le premier (.81 et .76 pour le deuxième et le premier opérande respectivement), $F(1,40) = 6.95$, $CME = .05$, $p = .01$. Le type de cible (N1 vs N2) interagissait avec le type de tâche ($F(1,40) = 4.68$, $CME = .04$, $p = .036$) montrant que cet effet n'était significatif que pour les additions, $F(1,40) = 8.06$, $CME = .07$, $p = .007$, mais pas pour les comparaisons ($F<1$). Enfin, le taux de reconnaissance suite à une addition variait en fonction de la taille des nombres $F(2,80) = 3.63$, $CME = .003$, $p = .031$. La reconnaissance du deuxième opérande était meilleure lorsqu'elle faisait suite à une somme impliquant des grands nombres, $F(1,40) = 10,47$, $CME = .007$, $p = .002$. Cette différence n'était pas significative pour les autres tailles de nombre ($F<1$). Ce dernier résultat montre qu'effectuer de grandes additions à un effet plus délétère sur les traces mémorielles du premier opérande que sur celles du deuxième opérande.

Analyse des temps de reconnaissance des opérandes

Sur les 1968 données (48 problèmes x 41 enfants) considérées pour l'analyse précédente, 413 données ont été écartées des analyses en raison d'une reconnaissance incorrecte des opérandes. Par conséquent, 8 participants pour lesquels il n'y avait plus aucune donnée dans une ou plusieurs condition(s) expérimentale(s) ont été retirés de l'analyse, qui a donc été réalisée avec les données de 33 sujets. Une analyse de variance (ANOVA) de même plan que pour l'analyse précédente a été effectuée.

Tableau 11. Temps de reconnaissance des opérandes (en ms) en fonction de la taille des nombres et du type de problème résolu.

	Premier opérande				Second opérande			
	Addition		Comparaison		Addition		Comparaison	
	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*
Grand	2385	1530	1864	857	2021	1209	1749	921
Moyen	2117	1482	1750	1020	1837	810	1660	592
Petit	1641	623	1531	455	1672	552	1676	652

Les enfants étaient plus rapides pour reconnaître les nombres lorsque cette tâche faisait suite à une comparaison plutôt qu'à une addition (1705 et 1946 ms respectivement), $F(1,32) = 10.83$, $CME = 528323$, $p = .002$. Les temps variaient aussi en fonction de la taille des nombres $F(2,64) = 5.70$, $CME = 816729$, $p = .005$, les participants reconnaissaient plus rapidement les petits nombres (1630 ms) que les moyens (1841 ms) ou les grands (2005 ms). Un effet d'interaction entre le type de tâche et la taille des nombres était obtenu, $F(2,64) = 3.103$, $CME = 321973$, $p = .05$. Les sujets étaient plus rapides suite à une comparaison que suite à une addition lorsque les nombres étaient moyens, $F(1,37) = 6.59$, $CME = 343109$, $p = .014$, et grands, $F(1,34) = 11.40$, $CME = 476826$, $p = .002$. Pour les petits nombres, les sujets se comportaient de façon identique quelle que soit la tâche ($F<1$).

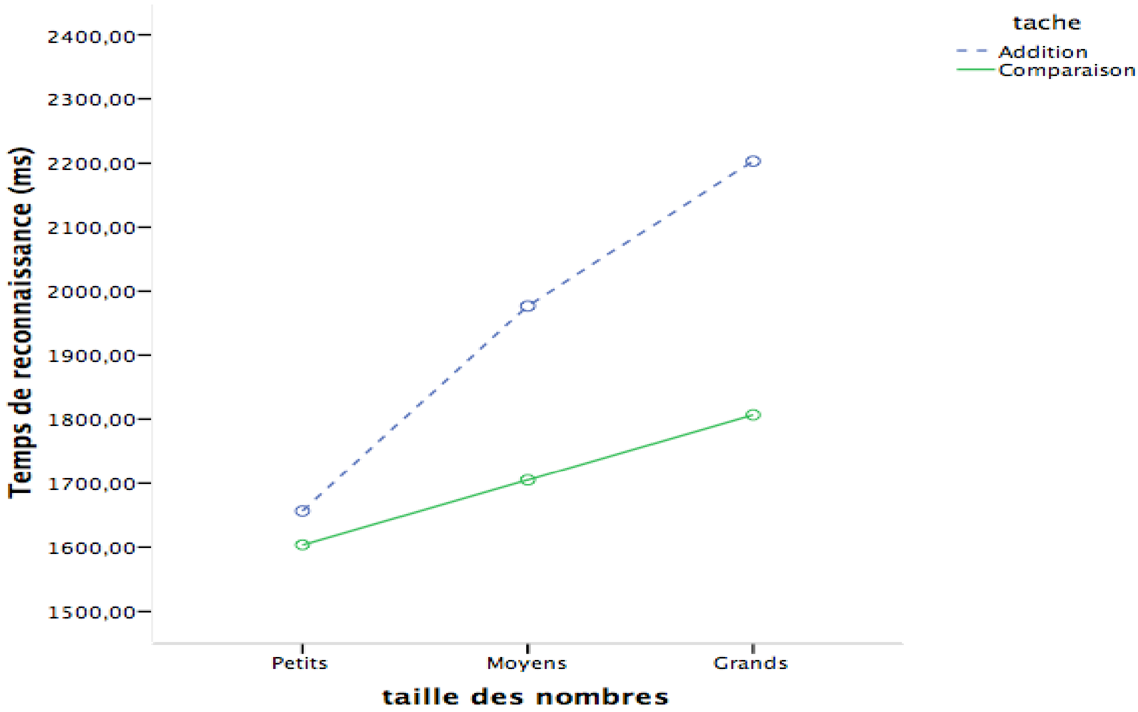

Figure 8. Temps de reconnaissance des opérandes en fonction de la taille des nombres et du type de tâche.

Analyse des temps de résolution des problèmes

Les temps de résolution des problèmes ont été calculés en additionnant les temps d'auto-présentation des deux premiers opérandes avec le temps de réaction sur le troisième nombre (N1 + N2 + N3). Une analyse de variance (ANOVA) à 3 (taille des nombres : petits, moyens, grands) x 2 (type de tâche : addition versus comparaison) facteurs à mesures répétées a été effectuée sur ces temps de résolution (Tableau 12).

Le temps nécessaire à la résolution des additions était plus long (5916 ms) que le temps nécessaire à la comparaison (5423 ms), $F(1,32) = 11.9$ $CME = 1.04$, $p = .002$. Les temps de résolution variaient également en fonction de la taille des nombres, $F(2,64) = 41.25$, $CME = 2.95$, $p < .001$: les temps étaient plus courts pour les petites nombres (4957 ms) que pour les nombres moyens (5766 ms), $F(1,32) = 36.45$, $CME = 2.16$, p

<.001, eux-mêmes plus courts que pour les grands nombres (6285 ms), $F(1,32) = 13.92$, $CME = 8.88$, $p = .001$. On relevait également une interaction entre ces deux variables, $F(2,64) = 10.32$, $CME = 5.48$, $p <.001$. Les temps de résolution étaient plus courts pour la comparaison que pour l'addition et ceci pour les nombres moyens et grands, ($F(1,32) = 7.82$, $CME = 904662$, $p = .009$ et $F(1,32) = 22.03$, $CME = 707049$, $p <.001$, respectivement), cette différence n'existait pas avec les petits nombres ($F<1$).

Tableau 12. <u>Temps d'auto-présentation du premier et du second opérandes ainsi que de la réponse proposée en fonction de la taille des nombres et du type de problème.</u>

	Premier opérande				Second opérande				Réponse proposée			
	Addition		Comp.		Addition		Comp.		Addition		Comp.	
	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*	M	*SD*
Grand	1689	87	1892	110	3088	265	1716	92	1993	147	2191	144
Moyen	1746	113	1872	117	2622	178	1622	87	1726	148	1944	141
Petit	1572	101	1749	127	1810	120	1458	89	1501	84	1823	116

Les temps de présentation, plus longs pour les problèmes additifs, étaient dus à des temps d'auto-présentation plus longs du deuxième opérande pour ces problèmes (2507 ms) par rapport aux problèmes de comparaison (1599 ms), $F(1,32) = 49.82$, $CME = 819167$, $p <.001$. Cet effet était inversé pour les temps de présentation du troisième nombre puisqu'ils étaient plus longs pour les comparaisons (1986 ms) que pour les additions (1740 ms), $F(1,32) = 4.93$, $CME = 606050$, $p = .003$.

II.3 Discussion

Comme attendu et attestant la possibilité d'utiliser de notre paradigme auprès d'enfants, nos résultats montrent de façon très claire qu'il est plus difficile pour les enfants de reconnaître les opérandes impliqués dans des additions difficiles (e.g., 13 + 8) que de reconnaître ces mêmes opérandes lorsqu'il sont impliqués dans des comparaisons. Ces résultats témoignent du fait que, de façon non surprenante, ce type d'opération est résolu par les enfants de 10 ans par stratégies reconstructives. Des résultats moins triviaux ont été obtenus concernant les additions simples et de difficultés intermédiaires. Tout d'abord, il est à noter que, bien que jamais contradictoires avec les temps de reconnaissance des opérandes, les résultats obtenus grâce à notre paradigme sur les fréquences de reconnaissance constituent toujours une mesure moins sensible des stratégies utilisées par les individus (Thevenot & Oakhill, 2006 par exemple). Cette discussion va donc être uniquement axée sur les temps de reconnaissance des opérandes. D'une part, nos résultats montrent qu'il n'est pas plus difficile pour les enfants de reconnaître des opérandes après une comparaison qu'après une addition dont la somme est inférieure à 10. Ces résultats suggèrent donc que les enfants maintiennent intacts ces opérandes en mémoire de travail jusqu'à l'obtention du résultat correct. En d'autres termes, tout comme pour la comparaison, aucune transformation n'est opérée sur ces nombres (e.g., décomposition), ce qui atteste du fait que, conformément aux résultats de la littérature, les résultats de ces additions très simples sont directement récupérés en mémoire à long terme par les enfants de 10 ans. Au contraire, le résultat des additions impliquant des opérandes à un chiffre dont la somme est comprise entre 11 et 18 ne semblent pas être récupéré en mémoire par ces mêmes enfants. En effet, nos résultats montrent que ce type d'additions donne lieu à des reconnaissances des opérandes plus longues, et donc plus coûteuses, que lorsque ces opérandes sont impliqués dans une comparaison. Ces résultats remettent en question les conclusions des auteurs qui affirment que, dès l'âge de 8 ans, la plupart des faits additifs impliquant des nombres à un chiffre sont récupérés en mémoire (Ashcraft & Fierman, 1982, par exemple). Il semble donc qu'une catégorisation plus fine du matériel expérimental (i.e., additions dont la somme ne dépasse pas 10 vs ne dépasse pas 18) et l'utilisation d'un paradigme ne se basant pas sur un moyennage des temps de résolution permettent d'obtenir des résultats plus précis et plus fiables quant aux stratégies utilisées par les enfants.

D'autre part, comme c'était déjà le cas chez les adultes à la fois pour l'addition et la soustraction, les enfants reconnaissent moins bien le deuxième opérande après une addition qui a nécessité une procédure de non-récupération qu'après une comparaison, même si le temps écoulé depuis sa première présentation est le même pour la comparaison et pour l'addition. Ce pattern n'est pas surprenant et montre tout simplement que les enfants, tout comme les adultes, calculent la somme dès la présentation du deuxième opérande. Ils n'attendent pas la présentation de la réponse pour débuter la recherche de la solution au problème. En revanche, dans le cas de la comparaison, les sujets ne peuvent déclencher la recherche de la réponse qu'une fois le troisième nombre proposé. Conséquemment, le deuxième opérande est plus longtemps auto-présenté dans la condition addition alors que c'est le cas du troisième nombre dans la condition comparaison. Ainsi, il est plus qu'improbable que les différences que nous observons dans les temps de reconnaissance soient uniquement dues à des périodes de rétention des opérandes plus longues pour l'addition que pour la comparaison. En effet, il s'avère que lorsque le deuxième opérande est présenté une deuxième fois à l'enfant pour la reconnaissance, le temps écoulé depuis sa disparition est en fait plus long dans la condition comparaison que dans la condition addition. Comme pour les adultes, les meilleures performances de reconnaissance des opérandes après une comparaison ne peuvent pas seulement être expliquées par des temps de résolution plus courts dans cette condition.

Le déclin mémoriel des informations est en général expliqué soit en terme de périodes de rétention de l'information plus longues (Towse & Hitch, 1995; Towse et al., 1998), soit en terme d'interférences. Comme nous venons de le voir, le temps ne peut pas rendre compte à lui seul de nos résultats. La seconde explication doit donc également être retenue afin de comprendre les mécanismes qui justifient du bien-fondé de notre paradigme. L'activation concurrente de résultats transitoires lors de procédures algorithmiques induit nécessairement un partage des ressources attentionnelles entre les opérandes, leurs composantes et les résultats intermédiaires à atteindre afin d'aboutir au résultat (Anderson, 1993). C'est donc ce *trade-off* des ressources qui explique la difficulté relative de reconnaissance des opérandes après l'utilisation de stratégies reconstructives plutôt que de stratégies de récupération.

Pour conclure, cette recherche présente un double intérêt puisqu'elle atteste la possibilité d'utilisation de notre paradigme chez l'enfant et qu'elle met en évidence l'utilisation de stratégies différentes par l'enfant de 10 ans en fonction de la taille des nombres impliqués dans des additions. Contrairement aux études et modèles qui affirment, qu'à partir de 8 ans, les enfants résolvent majoritairement les problèmes additifs simples par récupération, nos résultats suggèrent que ceci est vrai seulement lorsque la somme des nombres impliqués ne dépasse pas 10. Il faut cependant noter que, bien que ce paradigme permette de différencier les stratégies reconstructives des récupérations, il ne permet pas d'identifier précisément quelles procédures ont été utilisées par les enfants et les adultes. Des études futures dans lesquelles nous manipulerons la nature de la cible sur laquelle porte la reconnaissance (e.g., proposer un résultat intermédiaire possiblement atteint lors de la résolution comme cible) et la concentration du matériel expérimental sur quelques problèmes choisis nous permettrons d'affiner nos conclusions et de palier aux limites de ce paradigme. De plus, comme dans nos dernières études chez l'adulte, il serait intéressant de comparer directement les résultats obtenus grâce à notre paradigme à ceux obtenus lors de la collecte de protocoles verbaux chez l'enfant.

Discussion générale, conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse était d'étudier la façon dont les opérations arithmétiques sont résolues. Nous avons vu dans la première partie que les études menées dans ce domaine de la psychologie cognitive n'étaient pas consistantes et que ces inconsistances étaient dues aux paradigmes utilisés dans les différentes études (i.e., protocoles verbaux ou mesures des temps de résolution) qui ne permettent pas d'établir de façon claire quelles stratégies sont utilisées par les participants pour résoudre des opérations arithmétiques simples. Nous avons développé un nouveau paradigme qui ne repose ni sur l'interprétation des temps de latence ni sur le recours aux protocoles verbaux. Ce paradigme tire avantage du fait qu'un algorithme de calcul dégrade les traces mémorielles des opérandes impliqués dans ce calcul (Thevenot et al., 2001). En effet, le temps nécessaire à l'algorithme pour parvenir à la réponse et son coût cognitif entraînent une réduction du niveau d'activation des opérandes. Cette dégradation du niveau d'activation est à la fois le résultat d'un phénomène de dégradation mémorielle qui entraîne une détérioration des traces en mémoire (Towse & Hitch, 1995 ; Towse et al., 1998) et de l'activation concurrente de résultats transitoires, ce qui nécessite un partage de l'attention entre les opérandes, leurs composantes et les résultats intermédiaires pour parvenir à la résolution du problème (Anderson, 1993). Nous testons l'accessibilité des opérandes en mémoire en utilisant une tâche de reconnaissance des opérandes après la résolution d'une opération (i.e., addition, soustraction, multiplication) ou d'une comparaison qui n'entraîne aucune décomposition des nombres. S'il est plus difficile de reconnaître des opérandes après leur implication dans une opération arithmétique que dans une comparaison, cela indique qu'une procédure algorithmique a été utilisée. En revanche, si la difficulté ne diffère pas, nous pouvons en conclure que le résultat de l'opération a été récupéré directement en mémoire à long terme.

I . Résumé des résultats

I . 1 Additions et soustractions

De façon générale, les résultats de nos études montrent qu'il est plus difficile et plus long de reconnaître des opérandes après la résolution d'une opération arithmétique qu'après une comparaison. Nous avons vu dans la partie théorique de ce travail que, pour résoudre une opération arithmétique particulière (i.e., addition, soustraction, multiplication), deux grands types de procédures peuvent être mis en œuvre : la récupération du résultat en mémoire à long terme et l'utilisation de procédure permettant de reconstituer le résultat (i.e., comptage, décomposition, etc.). Pour nous permettre de différencier les opérations récupérées de celles calculées, nous avons manipulé la taille des nombres. Les résultats obtenus suggèrent que, pour l'addition, chez les adultes comme les enfants, et pour la soustraction chez les adultes, ces opérations sont résolues par récupération lorsque de petits nombres sont concernés (i.e., somme inférieure ou égale à 10 pour les additions, et soustractions composées de chiffres plus le nombre 10, cf. annexes 1 et 3). En revanche, celles impliquant de grands nombres (i.e., sommes supérieures à 40 et soustractions de nombres supérieurs à 27, cf. annexe 1 et 3) sont résolues par d'autres procédures que la récupération.

D'autre part, nous avons observé, toujours pour les mêmes opérations et populations, que le deuxième opérande était reconnu plus difficilement que le premier après la résolution d'opérations, alors que cette différence entre les opérandes n'existait pas pour la comparaison. L'analyse des temps d'auto-présentation des opérandes nous a permis de constater que, si le temps de présentation du deuxième opérande (i.e., N2) était plus long dans le cas d'une addition ou d'une soustraction, le temps de présentation de la solution (i.e., N3) était plus long pour la comparaison que pour ces opérations. Cette différence dans les temps d'auto-présentation s'explique facilement par le fait que les participants débutent la recherche de la réponse à l'opération proposée dès la présentation du deuxième opérande, alors que pour la comparaison, ils n'ont pas d'autre choix que d'attendre la proposition de la réponse (i.e., N3) pour débuter cette recherche. Par conséquent, lorsque les participants parvenaient à la tâche de reconnaissance des opérandes, le temps écoulé depuis la fin de la présentation de N2 était plus long dans le cas de la comparaison. Donc, cette différence ne peut pas s'expliquer uniquement par un processus de dégradation de la trace des opérandes liée au temps. D'autre part, si cette hypothèse était la seule explication possible, le premier opérande (i.e., N1) ayant été présenté depuis plus longtemps, aurait dû être plus difficilement reconnu. Si notre paradigme permet ainsi de faire la différence entre récupération et procédure algorithmique, en revanche il n'autorise aucune inférence quant au type de procédure algorithmique utilisée (e.g., comptage ou décomposition pour l'addition, addition inverse ou comptage à rebours pour la soustraction). Un début d'explication aurait pu être proposé, au moins pour l'addition, si nous avions contrebalancé la taille des opérandes. En effet pour des raisons méthodologiques (i.e., utiliser le même matériel pour les additions et les soustractions) le premier opérande était toujours le plus grand des deux. Nous ne pouvons donc pas affirmer que les participants reconnaissent plus facilement le premier opérande parce que c'est le plus grand et qu'ils utilisent, par exemple, la procédure qui consiste à compter à partir du plus grand des deux opérandes (e.g., la *min* stratégie). Ils pourraient très bien utiliser aussi la procédure qui consiste à compter à partir du premier opérande, quelle que soit sa taille, même si cette procédure est moins probable. Une seconde explication peut aussi être envisagée : le deuxième opérande reste affiché plus longtemps que le premier car les participants s'engagent dans la recherche de la réponse à partir du moment où il apparaît sur l'écran. Les participants n'ont donc pas vraiment besoin de mémoriser ce nombre. Pour pallier à ces problèmes éventuel, il faudrait à la fois contrebalancer les opérandes et les présenter pendant le même laps de temps.

I . 2 Multiplications

Pour la multiplication, les résultats retrouvés sont globalement identiques à ceux relevés pour les autres opérations, à savoir : la reconnaissance des opérandes est plus rapide après une comparaison qu'après une multiplication, et les petits opérandes sont plus facilement reconnus que les grands. Le résultat remarquable pour cette opération est que, contrairement à ce qui a été observé pour les autres, le premier opérande est moins bien reconnu que le deuxième. Cet effet est vraisemblablement le résultat de l'inversion, par les participants, des deux opérandes (i.e., le premier opérande devient le second, vice-versa), ceci afin d'essayer de simplifier la multiplication. En effet, l'apprentissage « par cœur » des multiplications est l'un des objectifs de l'apprentissage de l'arithmétique à l'école primaire. L'apprentissage systématique des tables de multiplication débute en CE2 (i.e., 3$^{\text{ème}}$ année de l'école primaire) et se poursuit jusqu'à la fin de l'école primaire (i.e., 5$^{\text{ème}}$ année). Les petites tables de multiplications sont les premières apprises et les plus souvent rappelées. Une façon de rendre une multiplication plus simple est de placer le plus petit des opérandes en premier (i.e., le deuxième opérande) et d'amorcer ainsi le rappel de la table. Ceci permet de retrouver indirectement ou de calculer le résultat de l'opération à partir d'un fait dérivé de la table du plus petit opérande, par exemple : *6 x 3* = ?, je sais que *3 x 5 = 15*, *15 + 3 = 18* donc, le résultat est *18 ;* ou bien *7 x 4 = ?*, je sais que *4 x 5 = 20*, *4 x 6 = 24* donc *4 x 7 = 28*. Ceci peut expliquer, en partie, pourquoi le premier opérande (i.e., *6* et *7*) est moins bien reconnu que le deuxième (i.e., *3* et *4*) car on voit bien ici qu'il est utilisé dans toutes les étapes du calcul contrairement au deuxième opérande, ce qui renforce sa trace en mémoire.

I . 3 L'effet du niveau de calcul

Prendre en compte le niveau de calcul des participants permet d'affiner les résultats et de montrer que, si pour les additions et soustractions de petites et de grandes tailles, les participants se comportent de la même façon quel que soit leur niveau de calcul, il n'en va pas de même pour les opérations de taille moyenne. En effet, celles-ci sont résolues par récupération directe du résultat en mémoire à long terme par les "bons calculateurs" alors que les "mauvais calculateurs" utilisent des stratégies différentes. Pour la multiplication, cet effet du niveau apparaît dès les plus petites : les temps de reconnaissance des opérandes sont plus longs pour les "mauvais calculateurs" après une multiplication qu'après une comparaison quelle que soit la taille des nombres. Au contraire, les "bons calculateurs" mettent plus de temps à reconnaître les opérandes après une multiplication qu'après une comparaison, uniquement lorsque les nombres impliqués sont grands. On peut donc en inférer que la résolution par récupération directe du résultat en mémoire caractérise les "bons calculateurs", et la résolution procédurale les "mauvais calculateurs". Une fois encore, ce résultat atteste le statut particulier de la multiplication par rapport à celui de l'addition et la soustraction. Cependant, cet effet reste surprenant car on aurait pu s'attendre à ce que, comme pour les deux opérations précédentes, tous les participants quel que soit leur niveau, récupèrent le résultat et ceci d'autant plus que la multiplication est apprise « par cœur » à l'école primaire. La construction de notre matériel pourrait, peut-être expliquer ce résultat. Une analyse item par item devra être réalisée pour vérifier que certaines des opérations qualifiées de petites (e.g., 6 x 4) peuvent être considérées comme telles. En effet, les cinq premières tables sont apprises les premières et rappelées les plus souvent. On peut donc considérer que les multiplications les plus simples sont constituées de deux opérandes inférieurs à 5 et également des problèmes qui ont 5 comme opérande car ils sont résolus plus rapidement que n'importe quel autre problème de taille comparable (Campbell, 1994, 1995 ; Campbell & Graham, 1985).

L'effet du niveau n'a pas pu être pris en compte pour les enfants, car le test utilisé n'a pas permis de différencier les "bons" des "mauvais" calculateurs. Nous avons utilisé un test d'empan et de mémoire de travail, que nous avons construit sur le modèle de la tâche du WISC III, mémoire des chiffres. Les enfants devaient retenir et rappeler une série de lettres énoncées par l'expérimentateur. Le nombre de lettres à retenir augmentait au fur et à mesure qu'ils réussissaient l'épreuve. L'épreuve se terminait lorsque l'enfant avait échoué trois fois de suite à la série comportant le même nombre de lettres. Une fois cette épreuve terminée, les enfants devaient, dans un deuxième temps, rappeler la série de lettres énoncées mais dans l'ordre inverse (e.g., A-E-P-R = R-P-E-A). Il se peut que ce type de mesure d'empan ne soit pas suffisamment discriminant pour nous permettre de répartir les enfants dans deux groupes de niveau. En effet, Camos (2004), expliquait que l'empan de lettres d'un calculateur prodigue (i.e., Rüdiger Gamm) ne différait pas de celui des témoins, en revanche son empan mémoriel pour les chiffres était élevé. Ce type d'épreuve ne semble pas permettre de distinguer les "bons" des "mauvais" calculateurs.

I . 4 Les Protocoles verbaux

Comparer les rapports verbaux des participants aux résultats obtenus par le biais du paradigme de reconnaissance des opérandes était un moyen de vérifier que ce second paradigme était plus informatif que le premier. Effectivement, la méthode d'introspection (i.e., les protocoles verbaux) ne permet pas de mettre en évidence les différences de stratégies utilisées en fonction du niveau de calcul des participants. Notre paradigme révèle des différences interindividuelles que les protocoles verbaux ne permettent pas de découvrir.

Le manque de fiabilité de cette méthode apparaît également dans le faible pourcentage rapporté dans l'utilisation de l'addition inverse pour résoudre les opérations, contrairement aux résultats de Campbell (2008). Comme nous l'avons déjà évoqué, notre paradigme ne permet pas de différencier les procédures algorithmiques entre elles. Pour cela il serait nécessaire d'apporter quelques modifications et, par exemple, de proposer comme cible de reconnaissance des résultats intermédiaires. On peut imaginer que pour résoudre *35 – 22* les participants peuvent procéder par l'addition inverse, par exemple de la façon suivante : *22 + 10 = 32 + 3 = 35* donc *10 + 3 = 13*. Si les participants effectuent le calcul de cette façon, ils devraient accepter plus facilement 32 comme opérande que 22. De la même façon, si les participants calculent le résultat par décomposition « soustractive », on peut imaginer la décomposition suivante : 35 – 22 = 35 – 20 = 15 – 2 = 22, le résultat est donc 15 - 2 = 13. Dans cette configuration, il faudrait présenter 15 comme cible de reconnaissance. Des modifications devront donc aussi être apportées afin de permettre une discrimination des types de stratégies utilisées en fonction de la taille des problèmes.

II . Discussion

Nos résultats permettent de mieux cerner les processus de résolution des opérations arithmétiques mis en oeuvre par les adultes et peuvent aussi permettre d'affiner nos connaissances sur le développement des habiletés numériques des enfants. Les habiletés numériques ne se présentent pas sous la forme d'un ensemble homogène d'habiletés ou de connaissances (Dowker, 1988). En effet, la première partie de ce travail montre que différents types de connaissances (conceptuelles, déclaratives et procédurales) et de représentations sont mobilisées dans la résolution d'opérations arithmétique. Dehaene (1992) propose que les habiletés numériques impliquent des représentations différentes des quantités : visuelle arabe, auditive verbale et analogique. Chaque type de représentation pourrait être utilisé pour différente catégorie de problème numérique. Par exemple, comparer des nombres peut être réalisé par le biais d'une représentation analogique des quantités, ce qui n'entraîne pas de décomposition de ces nombres impliqués dans cette épreuve, alors que résoudre des opérations arithmétiques impliquant des nombres nécessite de faire appel à des représentations visuelle arabe et verbale. L'utilisation consécutive de stratégies conduit à la décomposition des nombres. Nos résultats sont en accord avec cette approche. Il pourrait être objecté que, dans de nombreux cas, les participants pourraient réaliser une comparaison de nombres à deux chiffres en comparant uniquement le chiffre des dizaines. Cette stratégie conduirait à une sorte de décomposition des nombres et donc, à une performance de reconnaissance plus médiocre. Toutefois, la reconnaissance est beaucoup plus facile après une comparaison, ce qui suggère que cette tâche implique une représentation analogique qui préserve les nombres impliqués dans cette tâche, alors que résoudre des opérations nécessite la transformation des nombres par les participants pour parvenir au résultat.

Ainsi nos résultats soutiennent une conception modulaire des habiletés numériques chez les adultes qui semble aussi tout à fait appropriée pour comprendre l'apprentissage des faits numériques par les enfants. Le développement des habiletés numériques – comme résoudre une opération arithmétique – est habituellement décrit comme un changement qui va de l'utilisation de stratégies algorithmiques (e.g., compter tout, compter à partir du premier opérande, la *min* stratégie) à la récupération directe de la réponse en mémoire à long terme. La plupart des modèles théoriques considèrent que l'utilisation d'algorithmes par les jeunes enfants conduit à mémoriser les associations entre les opérandes et la réponse. Ainsi, Logan (1988 ; Logan & Klapp, 1991) défend l'idée que chaque résolution algorithmique donne lieu à la mémorisation d'une instance en mémoire qui inclut les opérandes et la réponse. Avec la pratique, on assisterait à une augmentation du nombre d'instances stockées en mémoire et de la probabilité de récupérer l'une d'entre elles. En ce qui concerne le modèle de Siegler (Siegler & Shipley, 1995 ; Siegler & Shrager, 1984), les associations entre les opérandes et la réponse seraient également le résultat des résolutions algorithmiques. Ces associations seraient renforcées à chaque fois que la réponse serait atteinte. Finalement, toutes les opérations simples seraient résolues par récupération directe du résultat en mémoire car la force des associations entre les opérandes et leurs réponses seraient suffisamment fortes, comme en témoignent les simulations informatiques. Anderson et Lebiere (1998) invoquent la même évolution dans les processus de résolution des opérations.

Tous les modèles supposent que, lorsqu'un algorithme a produit une réponse, les opérandes restent présents et accessibles en mémoire de travail pour pouvoir être associés avec la réponse, en mémoire à long terme. La seule raison pour laquelle la stratégie de récupération échouerait serait uniquement due à une pratique insuffisante. Nos résultats montrent que ces modèles sous-estiment certaines contraintes qui gênent la mémorisation. Même chez les adultes, après un temps de résolution relativement court, les opérandes sont parfois inaccessibles. Par exemple, le deuxième opérande était parfois inaccessible moins d'une seconde après sa présentation (i.e., 930 ms) dans le cas d'une addition, alors que l'accessibilité de ce même opérande ne posait aucun problème plus d'une seconde après sa présentation (i.e.,1345 ms), lorsqu'il avait été impliqué dans une comparaison. Donc, le temps seul n'explique pas cette différence dans les résultats de reconnaissance des opérandes. Cet échec de reconnaissance est le résultat d'une détérioration de la trace de ces opérandes en mémoire qui semble gêner le stockage des associations en mémoire à long terme. Ce phénomène devrait être encore plus prononcé chez enfants, d'une part car la résolution algorithmique des opérations demande plus d'attention et plus de temps, et d'autre part car la vitesse à laquelle la mémoire à court terme décline est plus rapide que chez les adultes (Keller & Cowan, 1994 ; Saults & Cowan, 1996).

Ainsi, il est tout à fait possible que la détérioration de traces soit d'autant plus prononcée que la résolution est longue et les enfants jeunes. En utilisant le paradigme de la double tâche, Towse et Hitch (1998) ont montré que la mémorisation et le rappel dépendent en grande partie de la durée nécessaire pour réussir une tâche concomitante, spécialement pour les jeunes enfants. Il est tout à fait intéressant de constater que la tâche concomitante utilisée par les auteurs est une tâche de comptage, tâche apparentée aux processus impliqués dans des stratégies algorithmiques comme la *min* stratégie ou le « compter tout », et les items à mémoriser étaient les résultats des différents comptages. Comme nous l'avons déjà souligné, la résolution algorithmique d'opérations telles que l'addition, la soustraction ou la multiplication, implique un changement de focalisation attentionnel allant des opérandes aux résultats intermédiaires. Par exemple, la stratégie du min pour *8 + 4* demande une focalisation de l'attention sur *8* et sur le nombre d'unités à ajouter. Ainsi, *4* doit être maintenu en mémoire à court terme mais aussitôt la première unité ajoutée (i.e., *9*), *8* peut être abandonné car trois valeurs différentes doivent être maintenues en mémoire : *9, 1* (i.e., le nombre d'unité déjà comptées) et *4* (i.e., le nombre total d'unités à ajouter). Ainsi la trace en mémoire de *8* ne peut que s'effacer pendant que la réalisation de l'algorithme se poursuit. Finalement, comme nous l'observons, il se peut que la dégradation mémorielle soit le résultat de l'effacement progressif des traces en mémoire ou même de la perte des opérandes, ce qui empêchera leur association en mémoire à long terme avec le résultat.

Les études portant sur l'addition chez les jeunes enfants renforcent ces hypothèses. Siegler (1987) rapporte que le temps moyen nécessaire pour que la min stratégie parvienne à la solution du problème est de 5.6 secondes chez des enfants de 5 à 7 ans. Les stratégies moins sophistiquées comme celle du « tout compter » demandent 15 secondes. Il est tout à fait concevable qu'après de tels délais, les traces en mémoires soient trop dégradées pour entraîner des associations en mémoire.

Cependant si nous étudions nos résultats, à la fois chez les adultes et les enfants, sur l'addition, nous pouvons affirmer que ce n'est pas seulement le temps nécessaire à l'exécution d'une stratégie algorithmique qui empêche toute association entre les opérandes et le résultat. En effet, le temps nécessaire à la récupération du résultat de petites additions pour les enfants (5.9 secondes) est proche de celui des adultes pour résoudre de grandes opérations par procédures algorithmiques (5 secondes). Si la constitution des faits numériques était uniquement dépendante du temps écoulé, alors les résultats obtenus pour ces deux populations devraient être les mêmes : les adultes auraient dû se comporter comme les enfants. Le déclin mémoriel de la trace des opérandes dépend, sans doute, à la fois du temps et du déplacement attentionnel des opérandes vers les résultats intermédiaires.

Cependant, il est possible que la relation entre les connaissances procédurales qui reposent sur le comptage et les connaissances déclaratives des faits numériques ne soient pas aussi forte et aussi simple que ce que l'on suppose. Bien que ces connaissances soient probablement basées sur le même type de représentation dans un registre verbal (Dehaene, 1992), la littérature en neuropsychologie décrit des cas contradictoires et de nombreuses dissociations entre les connaissances procédurales et déclaratives ainsi que des formes relativement circonscrites de détérioration pour chaque exécution de procédure de calcul ou de récupération de faits arithmétiques (Cohen & Dehaene, 1994 ; Warrington, 1982, chez les adultes ; Sokol, Macaruso, & Gollan, 1994 ; Temple, 1991, chez les enfants).

Les études chez les enfants présentant des troubles des apprentissages ont montré qu'ils avaient des difficultés à retrouver des faits numériques additifs de base. Par exemple, lors de la résolution d'additions d'opérandes à un chiffre (i.e., nombres), ces enfants en CM1 (i.e., 4ème année primaire) et en 6ème, utilisaient des stratégies de comptage alors que les enfants présentant des capacités d'apprentissage normales utilisaient la récupération en mémoire. D'autre part, ces mêmes enfants comptaient plus lentement et produisaient plus d'erreurs que ceux présentant des capacités d'apprentissage normales (Geary, Widaman, Little, & Cormier, 1987). Ces résultats pourraient suggérer l'existence d'une forte relation entre les procédures de comptage et la récupération des faits numériques. Par exemple, le modèle de distributions des associations de Siegler et Shrager (1984) est en accord avec ces suggestions et propose que les erreurs produites par des procédures de comptage défectueuses deviennent associées avec le problème et conduisent à une distribution des associations sans relief, plate. Toutefois, il se pourrait aussi que la difficulté à constituer un réseau de faits numériques provienne de plus faibles capacités de mémorisation.

Finalement, nos résultats permettent d'expliquer au moins deux effets constatés dans la résolution des problèmes arithmétiques : l'effet de taille et des doubles. Comme l'ont montré Towse et Hitch (1995 ; Towse et al., 1998), plus la période de rétention est longue, plus la dégradation mémorielle est importante. Les stratégies algorithmiques sont d'autant plus longues que les opérandes sont grands (Groen & Parkman, 1972). Ainsi, la diminution des traces mémorielles devrait être plus importante et l'encodage des associations entre les opérandes et leur résultat plus difficile pour les grands opérandes que pour les petits (Campbell & Graham, 1985 ; Groen & Parkman, 1972 ; Zbodroff, 1995). Cet effet de taille est habituellement décrit en mettant en avant le fait que les grands problèmes subissent plus d'interférences (Campbell & Graham, 1985 ; Zbrodoff, 1995), qu'ils sont plus souvent associés à des réponses erronées (Siegler, 1988b ; Siegler & Shrager, 1984), ou sont effectués moins souvent (Anderson & Lebiere, 1998 ; Siegler, 1996). Par exemple, les associations entre opérandes et réponse sont plus fortes pour les petits opérandes car ce sont les premières opérations pratiquées dans l'enfance et celles qui sont aussi le plus fréquemment résolues tout au long de la vie. Lorsque la stratégie de récupération devient dominante, chaque récupération renforce cette association qui, à son tour, augmente à la fois la probabilité d'utilisation de la récupération et sa vitesse. D'ailleurs, nos résultats s'accordent avec ce fait puisque les enfants récupèrent les faits numériques en 5.9 secondes alors que les mêmes opérations sont récupérées par les adultes en 2.9 secondes. Il est indéniable qu'une pratique précoce et une fréquence importante des petits problèmes peuvent, au moins en partie, expliquer l'effet de taille. Toutefois, il se peut que les associations entre les opérandes et la réponse soient plus faibles pour les grands opérandes non pas seulement parce que ces tailles d'opérations sont moins fréquemment rencontrées, et donc résolues, mais aussi parce que la solution algorithmique mise en œuvre pour les grands problèmes prend plus de temps et a plus d'effets néfastes sur les traces mémorielles et les processus d'apprentissage associatif. Effectivement, comme chez LeFevre et al. (1996), les résultats de nos études montrent que les grands problèmes sont essentiellement résolus par stratégie algorithmique, aussi bien par les adultes, quelle que soit l'opération, que par les enfants pour l'addition.

L'hypothèse du déclin mémoriel peut aussi expliquer les effets des doubles qui sont résolus plus rapidement et plus précisément que les autres (i.e., *2 + 2, 3 x 3,* etc.) suggérant que leur réponse est plus souvent récupérée en mémoire. Les deux opérandes sont identiques, il est donc plus facile de les maintenir en mémoire de travail ce qui facilite leur association avec la réponse car il n'y a qu'une seule trace à garder active.

En conclusion, nos résultats suggèrent que l'on ne peut pas postuler une association automatique et systématique entre les opérandes et leur réponse. N'importe quelle stratégie algorithmique implique à la fois un délai temporel entre l'encodage des opérandes et la recherche de la réponse, et une transformation d'au moins un des deux opérandes. Ainsi, les stratégies algorithmiques impliquent un phénomène de dégradation mémorielle et un déplacement de l'attention des opérandes sur les résultats intermédiaires, ce qui endommage les traces mémorielles des opérandes. Les modèles et les simulations informatiques doivent prendre en compte ces contraintes et leurs impacts en fonction du niveau de développement et du temps mis pour l'exécution des différentes stratégies algorithmiques.

III . Perspectives

Le paradigme de reconnaissance des opérandes est donc tout à fait adapté pour étudier les stratégies utilisées par les participants pour résoudre des problèmes arithmétiques. Après avoir apporté quelques modifications évoquées tout au long de cette discussion, les futures recherches devront étendre son utilisation aux autres opérations arithmétiques chez l'enfant en prenant en compte le niveau de calcul. Son utilisation pourrait aussi apporter des informations sur la façon dont les enfants présentant des troubles du calcul résolvent les différentes opérations. Une comparaison avec les rapports verbaux des enfants qui sont supposés être plus sensibles aux problèmes soulevés par ce protocole, pourrait permettre de confirmer, comme nous l'avons fait chez les adultes, leur manque de fiabilité pour ce type de tâche.

D'autre part, il pourrait être tout aussi applicable à d'autres domaines dans lesquels les individus fondent leurs décisions sur des *chunk* ou des « formules » stockées en mémoire à long terme. Comme les « bons calculateurs » stockent des associations entre les opérandes et leur résultat, des experts d'autres domaines cognitifs ont vraisemblablement construit des associations entre certains types de problèmes et leur solution. Les grands maîtres internationaux aux échecs, par exemple, ont mémorisé de nombreux patterns correspondant à des configurations spécifiques de situations (Simon & Gilmartin, 1973). Plutôt que de demander aux joueurs moins experts s'ils pensent avoir mémorisé des configurations spécifiques, notre paradigme peut être tout à fait adapté et permettre d'éviter ainsi les biais des protocoles verbaux. Une tâche de reconnaissance de la configuration spécifique d'un échiquier pourrait être proposée aux participants juste après qu'ils ont joué une pièce. Si la configuration et sa résolution sont associées et stockées en mémoire à long terme, il n'y aura aucune transformation mentale de la configuration avant que le participant ne joue sa pièce. En revanche, si le joueur n'a pas de configuration précise de la situation alors, plusieurs représentations mentales seront envisagées avant de jouer. Par conséquent, et suivant la logique de notre paradigme, il devrait être plus rapide de reconnaître une configuration et sa résolution stockée en mémoire plutôt qu'une configuration pour laquelle aucune solution n'est associée en mémoire.

Plusieurs adaptations de notre paradigme sont envisageables lorsque des experts dans un domaine rencontrent des difficultés à verbaliser complètement et précisément les processus qu'ils utilisent (voir Feldon, 2007 pour une revue). En examinant les temps de reconnaissance suite à un problème initial, les chercheurs pourront déterminer les processus mis en oeuvre pour résoudre ces problèmes par des experts.

Références bibliographiques

Anderson, J.R. (1983). A spreading activation theory of memory. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 22,* 261-295.

Anderson, J. R. (1988). The place of cognitive architectures in a rational analysis. *Cognitive Science Meetings*, 1-10.Anderson, J. R. (1993*). Rules of the mind.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Anderson, J. R. & Lebiere, C. (1998). *The atomic components of thought.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Arbuthnott, K. D. (2008). Asymmetric switch cost and backward inhibition: Carryover activation and inhibition in switching between tasks of unequal difficulty. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, *62*, 91-100.

Ashcraft, M.H. (1982). The development of mental arithmetic : A chronometric approach, *Developmental Review, 3,* 213-236.

Ashcraft, M.H. (1987). Children's knowledge of simple arithmetic : A developmental model and simulation, In J.C. Bisanz, C.J. Brainerd, et R. Kail (Edit), *Formal methods in development psychology : Progress in cognitive development research,* New York, Berlin, Springer verlag, 302-338.

Ashcraft, M.H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition, 44*, 75–106

Ashcraft, M.H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition, 1*, 3-34.Ashcraft, M.H., & Battaglia, J. (1978) Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human Memory and Learning, 4,* 527–538.

Ashcraft, M. H., & Battaglia, J. (1978). Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology : Human Learning & Memory, 4,* 527-538.

Ashcraft, M.H., & Fierman, B.A.(1982) Mental addition in third, fourth, and sixth graders, *Journal of Experimental Child Psychology, 33,* 216·234.

Ashcraft, M.H., & Stazyk, E.H. (1981). Mental addition: A test of three verification models. *Memory & Cognition, 9,* 185–196.

Baddeley, A. (1992). Is Working Memory Working ? The fifteenth Bartlett Lecture. *Quaterly Journal of Educationnal Psychology, 44A (1)*, 1 – 31.

Baker, L., & Brown, A. L. (1984). Metacognitive skills in reading. In P.D. Pearson (Ed.), *Handbook of reading research* (pp. 353-394). New-York: Long-man.

Baroody, A.J. (1983). The development of procedural knowledge: An alternative explanation for chronometric trends of mental arithmetic. *Developmental Psychology, 3,* 225–230.

Baroody, A.J. (1984). A reexamination of mental, arithmetic models and data: A reply to Ashcraft. *Developmental Review, 4,* 148–156.

Baroody, A.J. (1984a). Children's difficulties in subtraction: Some causes and cures. *Arithmetic Teacher, 32*, 14–19.

Baroody, A.J. (1984b). The case of Felicia: A young child's strategies for reducing memory demands during mental addition. *Cognition and Instruction, 1,* 109–116.

Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers.* New York: Teacher's College.

Baroody, A.J. (1999). Children's relational knowledge of addition and subtraction. *Cognition and Instruction, 17,* 137–175.

Baroody, A.J., & Ginsburg, H.P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Barrouillet, P., & Fayol, M. (1998). From algorithmic computing to direct retrieval: Evidence from numberand alphabet arithmetic in children and adults. *Memory & Cognition, 26,* 355-368.

Barrouillet, P., Mignon, M., & Thevenot, C. (2008). Strategies in subtraction problem solving in children. *Journal of Experimental Child Psychology, 99,* 233-251.

Blankenberger, S. (2001). The arithmetic tie effect is mainly encoding-based. *Cognition, 82,* B15 B24.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.

Camos, V. (2004). Compétences exceptionnelles en mathématiques. *Psychologie française, 49,* 321–336

Campbell, J.I.D. (1987a). Network interference and mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition, 15,* 349-364.

Campbell, J.I.D. (1987b). Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition, 15,* 349-364.

Campbell, J.I.D. (1991). Conditions of error priming in number-fact retrieval. *Memory & Cognition, 19*, 197-209.

Campbell, J.I.D. (1994). Architectures for numerical cognition. *Cognition, 53,* 1–44.

Campbell, J.I.D. (1995). Mechanisms of number-fact retrieval: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition, 1,* 121–164.

Campbell, J. I. D. (ED.) (2005). *Handbook of mathematical cognition*. New York: Psychology Press.

Campbell, J. I. D. (2008). Subtraction by addition. *Memory & Cognition, 36,* 1094-1102.

Campbell, J. I. D., & Austin, A. (2002). Effects of response time deadlines on adults' strategy choices for simple addition, *Memory & Cognition, 30,* 988-994.

Campbell, J. I. D., & Clark, J.M. (1989). Time course of error-priming in number-fact retrieval: evidence for inhibitory and excitatory mechanisms. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 15,* 920-929.

Campbell, J.I.D., & Graham, D.J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology, 39,* 338-366.

Campbell, J.I.D., & Gunter, R. (2002). Calculation, culture, and the repeated operand effect. *Cognition, 86,* 71-96.

Campbell, J. I .D., & Metcalfe, A. W .S (2008). Arabic digit naming speed: Task context and redundancy gain. *Cognition, 107*, 218-237.

Campbell, J. I., & Oliphant, M. (1992). Number fact retrieval. A model and computer simulation. En J. I.Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 331-364). Amsterdam: Elsevier.

Campbell, J.I.D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General, 130*, 299-315.

Caramazza, A. (1986). On drawing inferences about the strustures of normal cognitive processes from patterns of impaired performance : the case for single-patient studies. *Brain & Cognition*, 5, 41-66.

Carr, M., & Jessup, D. (1995). Cognitive and metacognitive predictors of mathematics strategy use. *Learning & Individual Differences, 7,* 235-247.

Carr, M., & Jessup, D.L (1997). Gender Differences in First Grade Mathematics Strategy Use : Social and Metacognitive Influences, *Journal of Educational Psychology, 98,* 2 : 318-328.

Carr, M., Jessup, D., & Fuller, D. (1999). Gender differences in first grade mathematics strategy use: Parent and teacher contributions. *Journal of Research in Math Education, 30*, 20–46.

Carpenter, T.P., & Moser, J.M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal of Research in Mathematics Education*, *15*, 179-202.

Cavanaugh, J. C., & Borkowski, J. G. (1980). Searching for metamemory-memory connection: a developmental study. *Developmental Psychology, 16*, 441-453.

Cohen, J., MacWhinney, B., Flatt, M., & Provost, J. (1993). PsyScope: An interactive graphical system for designing and controlling experiments in the psychology laboratory using

Macintosh computers. *Behavior Research Methods, Instruments, and Computers, 25,* 257-271.

Cohen,L. & Dehaene, S. (1994). Amnesia for arithmetic facts : A single case study. *Brain and Language, 47*, 214-232.

Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia. *Cognitive Neuropsychology, 17*, 563-583.

Cooney, J. B., & Ladd, S. F. (1992). The influence of verbal protocol methods on children's mental computation. *Learning & Individual Differences, 4,* 237-257.

Cooney, J. B., Swanson, H.L., & Ladd, S. F. (1988). Acquisition of mental multiplication skill : Evidence for the transition between countig and retrieval strategies. *Cognition and instruction, 5 (4)*, 323 – 345.

Cowan, N. (1994). Mechanisms of verbal short terme memory. *Current Directions in Psychological Sciences, 3*, 185 – 9.

Crutcher, R. J. (1994). Telling what we know: The use of verbal report methodologies in psychological research. *Psychological Science, 5,* 241-244.

Dagenbach, D., & McCloskey, M. (1992). The organisation of atithmetic facts in memory : evidence from brain-damaged patient. *Brain Cogn, 20*, 345 – 366.

Darley, C. F., & Glass, A. L. (1975). Effects of rehearsal and serial list position on recall. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory, 104,* 453-458

De Brauwer, J., Verguts, T. & Fias, W. (2006). The representation of multiplication facts: Developmental changes in the problem size, five, and tie effects. *Journal of Experimental Child Psychology, 94, 43-56.*

De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (2001). Verifying simple arithmetic sums and products: Are the phonological loop and the central executive involved ? *Memory & Cognition, 29,* 267-273.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*, 1-42.

Dehaene, S. (1997). *La bosse des Maths*. Paris : O. Jacob.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1,* 83–120.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociations between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex, 33,* 219-250.

Delazer, M. (2000). Neuropsychologie des faits arithmétiques. In Solal (Ed.), Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres, Pesenti, M. & Seron, X. (pp 167-190).

Delazer, M., & Benke, T. (1997) Arithmetic facts without meaning. *Cortex, 33,* 697-710.

Delazer, M, Girelli, L.,Semenza, C., & Denes, G. (1999). Numerical skills and aphasia. *Journal of the International Neuropsychological Society, 5*, 213 – 221.

Deloche, G., & Seron, X. (1982a). From one to 1 : An analyse of a transcoding process by means of neuropsychological data. *Cognition*, *12*, 119 – 149.

Deloche, G., & Seron, X. (1982b). From three to 3 : A differential analysis of skills in transcoding quantities between patients with Broca's and Wenick's aphasia. *Brain, 105*, 719 – 733.

Dowker, A. (1998). Individual differences in normal arithmetic development. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 275-302). Hove, UK : Psychology Press.

Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review, 87,* 215-251.

Ericsson, K. A., & Simon H. A. (1993). *Protocol Analysis: Verbal Reports as data. Revised edition*. Cambridge, MA: MIT Press.

Fayol, M. (1990) . L'enfant et le nombre. Paris: Delachaux & Niestlé.

Feldon, D. (2007). The implications of research on expertise for curriculum and pedagogy. *Educational Psychology Review, 19*, 91-110.

Flavell, J.H. (1981). Cognitive monitoring, dans Dickson W.P. (ed.), *Childrens oral communication skills*. NewYork, Academic Press.

Focant, J., Grégoire, J. (2005). Les stratégies d'autorégulation cognitives : une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. de Corte & J. Grégoire (Eds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques : Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (pp.201-221). Editions De Boeck Université.

French, J, W., Ekstrom, R. B., & Price, L. A. (1963). *Manual for kit of reference tests for cognitive factors.* Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Furnham, A. (1986). Response bias, social desirability, and dissimulation. *Personality and Individual Differences, 7*, 385–400.

Fuson, K.C. (1982). An analysis of the counting-on procedure in addition. In Carpenter, T.H., Moser, J.M., Romberg, T.H. (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, pp. 67–78.

Galfano, G., Rusconi, E., & Umiltà, C. (2003). Automatic activation of multiplication facts: Evidence from nodes adjacent to the product. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 56A,* 31-61.

Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44: 43-74.

Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications.* Washington, D.C.: American Psychological Association.

Geary, D.C. (1996). *Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications* . Washington, DC: American Psychological Association.

Geary, D. C., & Burlingham-Dubree, M. (1989). External validation of the strategy choice model for addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 47, 175-192.

Geary, D.C., Frensch, P.A., & Wiley, J.G. (1993). Simple and complex mental subtraction: Strategy choice and speed-of-processing differences in younger and older adults. *Psychology & Aging, 8,* 242-256.

Geary, D.C., Widaman, K.F., Little, T.D., & Cormier, P. (1987). Cognitive addition : Comparison of learning disabled and academically normal elementary school children. *Cognitive Development, 2(3)*, 249-269.

Geary, D.C., & Wiley, J.G. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in young and elderly adults. *Psychology & Aging, 6*, 474-483.

Gilles, P.-Y., Masse, C., & Lemaire, P. (2001). Différences individuelles dans l'utilisation de stratégies en arithmétique. *L'Année Psychologique*, *101*, 9-32.

Graham, D., & Campbell, J. I. D. (1992). Network interference and number fact retrieval: Evidence from children's alphaplication. *Canadian Journal of Psychology, 46,* 65-91.

Greene, R. L. (1987). Effects of maintenance rehearsal on human memory. *Psychological Bulletin, 102,* 403-413.

Groen, G.J., & Parkman, J.M. (1972). A chronometric analysis of simple arithmetic. *Psychological Review, 79,* 329–343.

Hamann, M. S., & Ashcraft, M. H. (1985). Simple and complex addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology, 40*, 49-72.

Hamann, M. S. & Ashcraft, M. H. (1986). Textbook presentations of the basic addition facts. *Cognition and Instruction, 3,* 173-192.

Harskamp, N. J., & Cipolotti, L (2001),. Selective impairments for addition, subtraction and multiplication facts. *Cotex, 37 (3)*, 363 – 388.

Hecht, S.A. (1999). Individual solution processes while solving addition and multiplication math facts in adults. *Memory & Cognition, 27*, 1097-1107.

Hecht, S.A. (2002). Counting on working memory in simple arithmetic : When counting is used for problem solving. *Memory & Cognition, 30*(3), 447 – 455.

Henschen, S.E. (1919). Clinical and anatomical contributions on brain pathology. *Archives of Neurology, 13,* 226–249.

Jackson, N.D. & Coney, J.R. (2005). Simple arithmetic processing: The question of automaticity. *Acta Psychologica, 119,* 41-66.

Johnson-Laird, P.N., Savary, F. & Bucciarelli, M. (2000). Strategies and tactics in reasoning. In: Schaeken, W.S., Vandierendonck, A., De Vooght, G., & d'Ydewalle, G. (Eds.)

Deductive Reasoning and Strategies. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 209-240.

Keller, T.A., & Cowan, N. (1994). Developmental increase in the duration of memory for tone pitch. *Developmental Psychology, 30*, 855-863.

Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2001). Telling stories: The perils and promise of using verbal reports to study math strategies. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition, 27,* 157-175.

Kluwe, R.H. (1982). Cognitive knowledge and executive control: Metacognition. In: Griffin, D.R. (Ed.), *Animal mind-Human mind*, Springer, New York. pp. 201-224.

Krueger, L. E. (1986). Why 2 x 2 = 5 looks so wrong: On the odd-even rule in sum verification. *Memory & Cognition, 14,* 141-149.

LeFevre, J.-A., Bisanz, J., Daley, K.E., Buffone, L., Greenham, S.L., & Sadesky, G.S. (1996). Multiple routes to solution of single-digit multiplication problems. *Journal of Experimental Psychology: General, 125,* 284-306.

LeFevre, J.-A., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory & Cognition, 16,* 45–53.

LeFevre, J., DeStefano, D., Penner-Wilger, M., & Daley, K. E. (2006). Selection of procedures in mental subtraction. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 60,* 209-220.

LeFevre, J., & Kulak, A. G. (1994). Individual differences in the obligatory activation of addition facts. *Memory & Cognition*, *22*, 188-200.

LeFevre, J., Kulak, A. G., & Bisanz, J. (1991). Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, *52*, 256-274.

LeFevre, J., & Morris, J. (1999). More on the relation between division and multiplication in simple arithmetic: Evidence for mediation of division solutions via multiplication. *Memory & Cognition, 27,* 803-812.

LeFevre, J.-A, Sadesky, G.S., & Bisanz, J. (1996). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem-size effect in adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 22,* 216–230.

Lemaire, P., & Arnaud, L. (2004). La résolution de problèmes arithmétiques et la question des stratégies. In Seron, X., & Pesenti, M. (eds.), *L'arithmétique cognitive.* Paris: Hermès. (pp. 161-188).

Lemaire, P., Barrett, S. E., Fayol, M., & Abdi, H. (1994). Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. *Journal of Experimental Child Psychology, 57,* 224-258.

Lemaire, P., & Fayol, M. (1995). When plausibility judgements supersede fact retrieval: The example of the odd-even effect on product verification. *Memory and Cognition, 23,* 34–48.

Lemaire, P., Fayol, M., & Abdi, H. (1991). Associative confusion effect in cognitive arithmetic: Evidence for partially autonomous processes. CPC: *European Bulletin of Cognitive Psychology, 5,* 587-604.

Lemaire, P., & Reder, L. (1999). What affects strategy selection in arithmetic? An example of parity and five effects on product verification. *Memory & Cognition, 27,* 364-382.

Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General, 124,* 83-97.

Lépine, R., Roussel, J.-L., & Fayol, M. (2003). Résolution procédurale ou récupération en mémoire des additions et multiplications élémentaires chez les enfants? *L'Année Psychologique, 103*, 51-80.

Lewandowsky, M. & Stadelmann, E. (1908). Über einen bemerkenswerten Fall von Himblutung und über Rechenstörungen bei Herderkrankung des Gehirns. *Journal für Psychologie und Neurologie, 11*, 249-265.

Logan, G. D. (1988). Toward an instance theory of automatization. *Psychological Review, 95,* 492-527.

Logan, G.D., & Klapp, S.T. (1991). Automatizing alphabet arithmetic: I. Is extended practice necessary to produce automaticity? *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 17,* 179-195.

Mabbott, D. J., & Bisanz, J. (2003). Developmental change and individual differences in children's multiplication. *Child Development*, *74*, 1091-1107.

Manly, C. F., & Spoehr, K. T. (1999). Mental multiplication: Nothing but the facts? *Memory & Cognition*, *27,* 1087-1096.

Masse, C., & Lemaire, P. (2001). On strategic combination: A case study of parity and five-rule effects in arithmetical problem solving. *Psychological Research, 65,* 28-33.

McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition, 44,* 107–157.

McCloskey, M., Aliminosa, D., & Sokol, S.M. (1991). Facts, rules, and procedures in normal calculation : Evidence from multiple single-patient studies of impaired arithmetic fact retrieval. *Brain and Cognition*, *17*, 154-203.

McCloskey, M., & Caramazza, A. (1987). Cognitive mechanisms in normal and impaired number processing. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective.* (pp. 201-219). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

McCloskey, M., Harley, W., & Sokol, S. M. (1991). Models of arithmetic fact retrieval: An evaluation in light of findings from brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition, 17,* 377-397.

McNeil, J.E., & Warrington, E.K. (1994). A dissociation between addition and subtraction with written calculation. *Neuropsycholigia, 32 (6)*, 717 - 28

Metcalfe, A. W. S., & Campbell, J. I. D. (sous presse). Switch costs and the operand recognition paradigm. *Psychological Research.*

Miller K. F., & Paredes D. R. (1990). Starting to add worse : Effects of learning to multiply on children's addition, *Cognition, 37,* 213-242.

Miller, K., Perlmutter, M., & Keating, D. (1984). Cognitive arithmetic : Comparison of operations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 10,* 46–60.

Newell, A. & Simon, H. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Parkman, J. M. (1972). Temporal aspects of simple multiplication and compararison, *Journal of Experimental Psychology , 95*, 437-444.

Parkman J. M., & Groen G. J. (1971). Temporal aspects of simple addition and comparison, *Journal of Experimental Psychology, 89*, 335-342.

Paulhus, D. L. (1984). Two-component models of socially desirable responding. *Journal of Personality and Social Psychology, 46,* 598-609.

Pesenti, M., Seron, X., & Van der Linden, M. (1994). Selective impairment as evidence for mental organisation of arithmetical facts: BB, a case of preserved subtraction? *Cortex, 30*, 661-671.

Piaget, J. & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant.* Neuchâtel : Delchaux et Nestlé.

Potter, M.C., & Levy, E.I. (1968). Spatial enumeration without counting. *Child Development, 39*, 265-272

Robinson, K. M. (2001). The validity of verbal reports in children's subtraction. *Journal of Educational Psychology, 93,* 211-222.

Roussel, J.-L., Fayol, M., & Barrouillet, P. (2002). Procedural vs. direct retrieval strategies in arithmetic: A comparison between additive and multiplicative problem solving. *European Journal of Cognitive Psychology, 14*, 61-104.

Rusconi, E., Galfano, G., Speriani, V., & Umiltà, C. (2004). Capacity and contextual constraints on product activation: Evidence from task-irrelevant fact retrieval. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 57A,* 1485-1511.

Russo, J. E., Johnson, E. J., & Stephens, D. L. (1989). The validity of verbal protocols. *Memory & Cognition, 17*, 759-769.

Ryan, J. (1969). Grouping and short-term memory: Different means and patterns of groups. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 21,* 137-147.

Saults, J.S., & Cowan, N. (1996). The development of memory for ignored speech. *Journal of Experimental Child Psychology, 63*, 239-261

Saxe, G.B. (1982). Culture and the development of numerical cognition: Studies among the Oksapmin of Papua New Guinea. In C.J.Brainerd (Ed.), *Progress in cognitive development research: Vol. 1: Children's logical and mathematical cognition* (pp. 157–176). New York: Springer-Verlag.

Seyler, D.J., Kirk, E.P., & Ashcraft, M.H. (2003) Elementary subtraction. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition, 29,* 1339-1352.

Shrager, J., & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science, 9,* 405-410.

Siegler, R.S. (1987). The perils of averaging over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General, 116,* 250–264.

Siegler, R. S. (1988a). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General, 117*, 258-275.

Siegler, R. S. (1988b). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development, 59*, 833-851.

Siegler, R. S. (1989). Hazards of mental chronometry: An example from children's subtraction. *Journal of Educational Psychology, 81,* 497-506.

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press.

Siegler, R. S., & Crowley, K. (1994). Constraints on learning in nonprivileged domains. *Cognitive Psychology, 27,* 194-226.

Siegler, R.S., & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General, 126*, 71-92.

Siegler, R.S., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. In H.W.Reese & L.P.Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior* (vol. 16, pp. 242–312). New York: Academic Press. Siegler et Shipley (1995)

Siegler, R.S., & Shipley, C. (1995). Variation, selection, and cognitive change. In T. Simon & G. Halford (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling* (pp. 31-76). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Siegler, R.S., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp. 229–293). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Simon, H. A., & Gilmartin, K.J. (1973). A simulation of memory for chess positions. *Cognitive Psychology, 5*, 29-46.

Smith-Chant, B. L., & LeFevre, J. (2003). Telling it like it is and doing as they are told: Self-reports in mental arithmetic. *Memory & Cognition*, *31*, 516-528.

Svenson, O., & Hedenborg, M.L. (1979). Strategies used by children when solving simple subtractions. *Acta Psychologica, 43*, 477-489.

Sokol, S.M., Macaruso, P. & Gollan, T.H. (1994). Developemental dyscalculia and cognitive neuropsychology. *Developmental Neuropsychology, 10*, 413-441.

Sokol, S. M., & McCloskey, M. (1991). Cognitive mechanisms in calculation. In R. J. Sternberg & P. A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: Principles and mechanisms* (pp. 85-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Sokol, S.M., McCloskey, M., & Cohen, N.J. (1989). Cognitive representations of arithmetic knowledge : Evidence from acquired dyscalculia. In A.F. Bennett & K.M. McCloskey (Eds), *Cognition in individual and social contexts* (pp. 577 – 591). Amsterdam : North Holland.

Sokol, S.M., McCloskey, M., Cohen, N.J., & Aliminosa, D. (1991). Cognitive representations and processes in arithmetic: Inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 17,* 355–376.

Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition, 43,* 93-126.

Stazyk, E. H., Ashcraft, M. H., & Hamann, M. S. (1982). A network approach to mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition, 8,* 320-335.

Suppes, P., & Groen, G. J. (1967). Some counting models for first grade performance data on simple addition facts. In J. M. Scandura (Ed.), *Research in mathematics education.* Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.

Svenson, O. (1985). Memory retrieval of answers of simple additions as reflected in response latencies. *Acta Psychologia, 59,* 285-304.

Svenson, O., & Broquist, S. (1975). Strategies for solving addition problems, *Scandinavian Journal of Psychology, 16,* 143-151.

Svenson, O., & Sjoberg, K. (1982.) Solving simple subtractions during the first three school years, *Journal of Experimental Education, 50,* 91-100.

Temple, C.M. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia : Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology, 8*(2), 155-176.

Thevenot, C., Castal, C., Fanget, M., & Fayol, M. (sous presse). Mental Subraction in high and lower-skilled arithmetic problem solvers : Verbal report vs operand-recognition paradigms. *Memory & Cognition*

Thevenot, C., & Barrouillet, P. (2006). Encoding numbers: Behavioral evidence for processing-specific representations. *Memory & Cognition, 34,* 938-948.

Thevenot, C., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2001). Algorithmic solution of arithmetic problems and operands-answer associations in long term memory, *Quaterly Journal of Experimental Psychology, 54A,* 599-611.

Thevenot, C., Fanget, M., & Fayol, M. (2007). Retrieval or non-retrieval strategies in mental arithmetic? An operand-recognition paradigm. *Memory & Cognition, 35,*1344-1352.

Thevenot, C., & Oakhill, J. (2006). Representations and strategies for solving dynamic and static arithmetic word problems: The role of working memory capacities. *European Journal of Cognitive Psychology, 18,* 756-775.

Thibodeau, M. H., LeFevre, J., & Bisanz, J. (1996). The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 50,* 393-396.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2002). Strategic competence: Applying Siegler's theoretical and methodological framework to the domain of simple addition. *European Journal of Psychology of Education, 17,* 275-291.

Towse, J. N., & Hitch, G. J. (1995). Is there a relationship between task demands and storage space in tests of working memory capacity? *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 48A,* 108-124.

Towse, J. N., Hitch, G. J., & Hutton, U. (1998). A reevaluation of working memory capacity in children. *Journal of Memory and Language, 39,* 195-217.

Warrington, E.K. (1982) Neuropsychological studies of object recognition. *Philosophical transactions of the royal society B, 298,* 15-33.

Widaman, K. F., Little, T. D., Geary, D. C., & Cormier, P. (1992). Individual differences in the development of skill in mental addition: Internal and external validation of chronometric models. *Learning & Individual Differences, 4,* 167-213.

Widaman, K. F., & Little, T. D. (1992). The development of skills in mental arithmetic: An individual differences perspective. In J. I. D.Campbell (Ed.), *The nature and origin of mathematical skills* (pp. 189-253). Amsterdam: Elsevier.

Winkelman, J.H., & Schmidt, J. (1974). Associative confusions in mental arithmetic, *Journal of Experimental Psychology, 102,* 734-736.

Wood, S.S., Resnick, L.B., & Groen, G.J. (1975). Experimental test of five process models for subtraction. *Journal of Educational Psychology. 67.* 17-21.

Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358,* 749–750.

Wynn, K. (1992b). Addition and subtraction by human infants: Erratum. *Nature, 360,* 768.

Zbrodoff, N.J. (1995). Why is 9+7 harder than 2+3? Strength and interference as explanations of the problem size effect. *Memory & Cognition, 23,* 689–700.

Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. (1986). On the autonomy of mental processes: A case study of arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, *115*, 118-130.

Zbrodoff, N.J., & Logan, G.D. (1990). On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 16,* 83–97.

Annexe 1 - Liste des 24 paires de nombres utilisées dans les études 1 et 2

Petits nombres		Nombres moyens		Grands nombres	
n1	n2	n1	n2	n1	n2
5	3	7	5	28	13
6	2	8	4	35	16
7	1	8	5	36	17
7	2	8	6	38	16
7	3	9	4	39	26
8	1	9	5	43	18
8	2	9	6	43	19
9	1	9	7	49	16

Annexe 2 – Subtests du French Kit

TEST POUR LES ADDITIONS

Ceci est un test qui a pour but de déterminer avec quelle précision et vitesse vous êtes capable de faire des additions. Nous n'attendons pas que vous fassiez toutes les additions dans le temps qui vous est imparti.

Nous vous demandons d'écrire vos réponses dans les encarts qui se situent en dessous des problèmes. Plusieurs problèmes d'entraînement vous sont donnés ci-dessus et le premier est associé à la réponse correcte. Répondez aux autres problèmes par vous-même en essayant d'être le plus rapide possible. Ces entraînements vous aideront à améliorer votre score dans la suite de l'épreuve.

Problèmes d'entraînement :

4	7	12	84	7	34	17	45	31	80
9	6	5	54	38	81	50	41	52	78
1	15	67	72	80	51	74	89	19	15
14									

Votre score sur ce test sera le nombre d'additions correctement résolus.
Répondez aussi vite que possible tout en essayant de faire le moins d'erreur possible.

Vous avez 2 minutes pour chaque partie de ce test. Chacune des parties se situe sur une page différente. Quand vous aurez fini la première partie, arrêtez et ne commencez pas la seconde avant que l'expérimentateur ne vous le demande.

NE TOURNEZ PAS LA PAGE AVANT QU'ON NE VOUS LE DEMADE

PREMIERE PARTIE (2 MINUTES)

8	2	12	43	67	23	83	63	19	48
3	51	42	71	95	74	14	99	57	17
7	8	53	11	52	8	19	5	83	39

19	69	6	30	50	75	39	52	17	81
8	40	67	98	42	17	90	45	55	83
27	44	38	59	13	19	82	91	58	42

4	75	36	18	40	5	16	49	44	99
98	34	20	63	3	26	18	27	7	88
31	22	54	93	59	89	39	36	80	77

25	11	76	85	33	42	13	31	62	54
47	23	41	47	59	23	87	8	38	34
17	48	53	85	16	18	58	53	49	78

14	74	65	38	58	63	47	84	62	22
41	86	58	25	86	29	74	34	15	83
38	93	34	77	55	22	31	19	26	19

6	91	17	33	73	66	78	19	63	47
37	13	38	51	78	89	34	56	23	2
98	87	67	65	45	32	45	45	45	39

NE TOURNEZ PAS LA PAGE AVANT QU'ON NE VOUS LE DEMANDE

SECONDE PARTIE (2 MINUTES)

76	69	34	48	77	53	18	94	38	42
38	93	33	45	24	49	61	5	58	34
71	85	51	99	44	77	22	37	88	76

6	46	57	55	46	85	28	92	14	48
23	53	53	31	37	34	73	34	65	29
44	37	35	13	99	8	44	63	83	77

83	50	67	72	48	62	31	11	98	37
9	34	78	98	1	31	38	74	87	32
13	42	45	62	98	23	48	68	39	63

73	9	49	23	36	56	17	43	17	41
52	27	61	7	32	60	49	15	27	57
61	83	14	69	88	17	51	38	82	78

13	88	67	96	90	77	62	59	97	84
26	45	47	78	50	34	73	19	57	79
58	9	62	14	26	61	23	56	31	8

82	80	55	96	6	91	9	77	86	77
12	39	10	68	85	21	88	24	11	84
65	4	41	29	37	49	43	38	48	59

NE REVENEZ PAS EN ARRIERE
NE TOURNEZ PAS LA PAGE AVANT QU'ON NE VOUS LE DEMANDE

TEST POUR LES SOUSTRACTIONS ET MULTIPLICATIONS

Ceci est un test qui a pour but de déterminer avec quelle précision et vitesse vous êtes capable de faire des soustractions et des multiplications. Nous n'attendons pas que vous fassiez toutes les additions dans le temps qui vous est imparti.

Nous vous demandons d'écrire vos réponses dans les encarts qui se situent en dessous des problèmes. Plusieurs problèmes d'entraînement vous sont donnés ci-dessus et le premier est associé à la réponse correcte. Répondez aux autres problèmes par vous-même en essayant d'être le plus rapide possible. Ces entraînements vous aideront à améliorer votre score dans la suite de l'épreuve.

Si vous le voulez, vous pouvez utiliser les espaces vides de la feuille comme brouillon pour poser vos opérations (entre les lignes, en haut ou/et en bas de la feuille).

Problèmes d'entraînement :

Soustractions :

98	40	37	84	81	76	59	90	46	56
-75	-35	-19	-47	-38	-40	-46	-31	-29	-23
23									

Multiplications :

86	67	30	81	42	37	81	86	43	69
x 6	x 4	x 3	x 8	x 5	x 8	x 4	x 3	x 6	x 7
516									

Votre score sur ce test sera le nombre d'additions correctement résolus.
Répondez aussi vite que possible tout en essayant de faire le moins d'erreur possible.
Vous avez 2 minutes pour chaque partie de ce test. Chacune des parties se situe sur une page différente. Quand vous aurez fini la première partie, arrêtez et ne commencez pas la seconde avant que l'expérimentateur ne vous le demande

NE TOURNEZ PAS LA PAGE AVANT QU'ON NE VOUS LE DEMANDE

PREMIERE PARTIE (2 MINUTES)

89	52	60	51	85	18	49	83	42	68
-60	-48	-39	-28	-23	-11	-37	-57	-23	-47

73	41	69	29	16	63	60	52	85	36
x 8	x 5	x 3	x 9	x 8	x 8	x 4	x 4	x 6	x 7

52	91	60	42	94	98	50	53	61	41
-19	-23	-31	-31	-45	-64	-33	-19	-45	-27

52	98	41	19	15	49	71	30	48	81
x 9	x 3	x 8	x 6	x 4	x 2	x 9	x 8	x 7	x 5

39	61	29	31	54	92	60	43	70	94
-23	-37	-19	-14	-12	-65	-43	-27	-31	-24

45	32	79	37	19	52	17	47	39	78
x 9	x 6	x 2	x 8	x 9	x 6	x 5	x 2	x 3	x 7

NE TOURNEZ PAS LA PAGE AVANT QU'ON NE VOUS LE DEMANDE

SECONDE PARTIE (2 MINUTES)

48	42	95	81	40	51	42	97	93	74
-19	-31	-65	-62	-31	-27	-18	-18	-45	-23

14	38	50	80	61	52	97	72	16	49
x 3	x 8	x 2	x 9	x 7	x 7	x 4	x 7	x 5	x 6

65	36	80	51	82	91	68	53	75	42
-39	-22	-46	-27	-31	-64	-59	-19	-34	-37

52	71	96	47	83	16	44	50	62	39
x 7	x 2	x 8	x 6	x 3	x 8	x 3	x 8	x 6	x 5

99	61	91	82	25	73	58	57	59	31
-45	-27	-60	-47	-19	-45	-32	-17	-42	-27

13	68	75	67	45	94	52	83	61	54
x 8	x 4	x 5	x 8	x 9	x 7	x 6	x 7	x 6	x 9

NE REVENEZ PAS EN ARRIERE

Annexe 3 - Liste des 48 paires de nombres utilisées dans l'étude 3

Petits nombres		Nombres moyens		Grands nombres	
n1	n2	n1	n2	n1	n2
5	2	11	5	41	27
5	3	11	6	43	29
6	2	11	7	44	29
6	3	11	9	51	37
6	4	12	4	52	38
7	3	12	6	54	35
7	5	12	7	54	39
8	2	13	5	61	36
8	4	13	6	61	42
8	5	14	5	61	47
9	2	14	8	61	49
9	4	15	6	63	45
10	2	15	7	64	38
10	3	15	7	64	48
10	4	15	8	66	39
10	5	17	9	67	39

Annexe 4 - Liste des 24 paires de nombres utilisées dans l'étude 4

Petits nombres		Nombres moyens		Grands nombres	
n1	n2	n1	n2	n1	n2
5	2	11	5	41	27
6	2	11	7	43	29
6	3	12	4	44	29
6	4	12	6	54	35
8	4	12	7	54	39
9	4	13	5	61	42
10	2	15	6	66	39
10	5	17	9	67	39

Annexe 5 - Liste des 16 paires de nombres utilisées dans l'étude 6

Petits nombres		Grands nombres	
n1	n2	n1	n2
8	3	9	7
4	2	9	4
7	2	8	4
6	4	7	5
9	2	9	6
8	2	7	4
6	2	8	6
7	3	9	5

Annexe 6 - Liste des 24 paires de nombres utilisées dans l'étude 7

Petits nombres		Nombres moyens		Grands nombres	
n1	n2	n1	n2	n1	n2
5	3	7	5	12	9
6	2	8	4	13	8
7	1	8	5	14	9
7	2	8	6	15	7
7	3	9	4	15	9
8	1	9	5	16	8
8	2	9	6	17	9
8	5	9	7	18	9